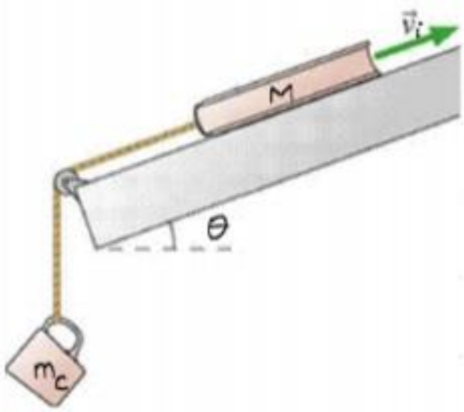
www.estudar.com.vc

P1 2017 Poli USP
Resolução
Exercício 5b Dinâmica
Explicação

5. Um livro de massa M está conectado por um fio de massa desprezível à uma caneca de massa m_c, conforme a figura abaixo. É dado um empurrão ligeiro no livro e ele passa a se movimentar com velocidade inicial $\vec{v}_i$, na direção indicada na figura, sobre o plano inclinado. Sabendo-se que o coeficiente de atrito cinético é μ_c, responda o que se pede, colocando suas respostas em função das grandezas v_i, M, m_c, g (que corresponde à aceleração da gravidade), θ e μ_c:

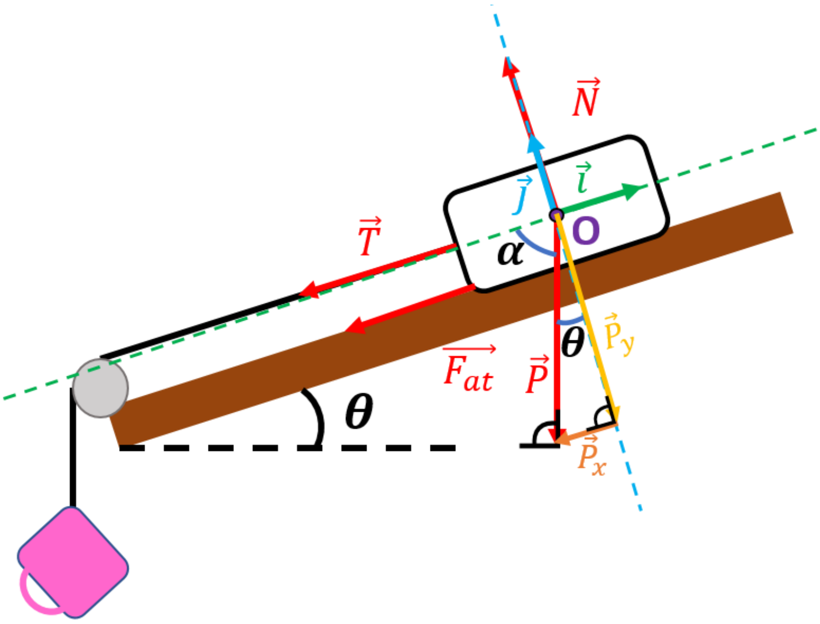


b. Determine o vetor aceleração do livro, utilizando como referência o sistema de coordenadas definido no item anterior.

Utilizando o sistema de coordenadas do item anterior (eixo x paralelo à superfície e y normal a ela), ao aplicar a **segunda lei** de **Newton** no **eixo y** no **livro**, teremos:

$$\vec{N} + \vec{P}_y = \vec{0} \Rightarrow (N - P_y)\hat{\jmath} = 0\hat{\jmath} \Rightarrow N = P_y$$

Onde P_y é a componente da força peso no eixo y do sistema de coordenadas. Pegando novamente o desenho, mas agora **decompondo** a força **peso** nos eixos do plano cartesiano adotado (do item anterior) e analisando os triângulos retângulos formados por superfície da rampa, horizontal e força peso; e força peso e suas projeções nos eixos x e y, podemos ver que:

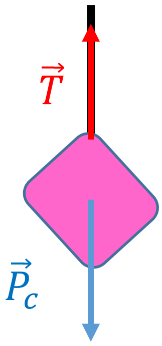


Chamando de: perpendicular (⊾) os ângulos retos; e de α o ângulo complementar a θ $(\alpha + \theta = 90°)$ vemos que o **ângulo entre** os vetores $\vec{P}$ **e** $\vec{P_y}$ é $\boldsymbol{\theta}$. Logo, temos:

$$|\vec{P_x}| = P_x = Psen\theta$$
$$|\vec{P_y}| = P_y = Pcos\theta$$

$$\therefore N = Pcos\theta = Mgcos\theta \quad (I)$$

Olhando agora para a **caneca** e ignorando brevemente o sistema de coordenadas (**adotando** apenas o sentido **vertical** para **cima** como **positivo**) podemos ver que nela agem apenas **duas forças**: $\vec{T}$, vertical para cima, e $\vec{P_c}$, vertical para baixo:



Desse modo, a segunda lei de Newton aplicada à caneca fica:

$$\vec{T} + \vec{P_c} = m_c\vec{a} \Rightarrow T - P_c = m_c a$$

Substituindo P_c por $m_c g$: $T = m_c(a + g) \quad (II)$

Por último, e não menos importante, vamos analisar o **eixo** $\boldsymbol{x}$ do nosso sistema de referência no **livro**, lembrando que **as acelerações do livro e da caneca são iguais:**

$$\vec{T} + \vec{F}_{at} + \vec{P_x} = M\vec{a} \Rightarrow -T - F_{at} - Psen\theta = Ma$$

Agora, podemos substituir T da equação (II), e F_{at} cinético pela sua definição $(F_{at} = \mu_c N)$, substituindo ainda N por (I), teremos:

$$-m_c(a+g) - \mu_c Mg\cos\theta - Mg\,sen\theta = Ma$$

$$-m_c g - \mu_c Mg\cos\theta - Mg\,sen\theta = Ma + m_c a$$

$$a = -\frac{g(m_c + \mu_c M\cos\theta + M\,sen\theta)}{M + m_c}$$

Nota: Esse resultado negativo de a indica que o vetor $\vec{a}$ (aceleração), do livro, tem o sentido contrário ao eixo x adotado. Isso ocorreu porque, ao colocarmos as **equações em módulo**, tivemos que **supor um sentido** para $\vec{a}$. Esse sentido é o **sinal** que acompanhava a nas equações. No caso, supusemos que $\vec{a}$ estava no sentido **positivo** do eixo x (por isso colocamos $+a$ nas equações). Quando achamos um **resultado negativo** para a, isso só quer dizer que nossa **hipótese estava errada**, e que o sentido de $\vec{a}$ era o **contrário do que tínhamos escolhido**. Se tivéssemos suposto desde o começo que $\vec{a}$ tinha o sentido contrário ao eixo x (o sentido certo), o resultado de a teria dado positivo. O resultado **positivo** indicaria que nossa **hipótese estava certa**.

Portanto, usando nosso sistema de referência do item **a.**, temos que:

$$\vec{a} = -\frac{g(m_c + \mu_c M\cos\theta + M\,sen\theta)}{M + m_c}\hat{\imath}$$

Resposta esperada: $\boldsymbol{\vec{a} = -\frac{g(m_c+\mu_c M\cos\theta+M\,sen\theta}{M+m_c}\hat{\imath}}$