



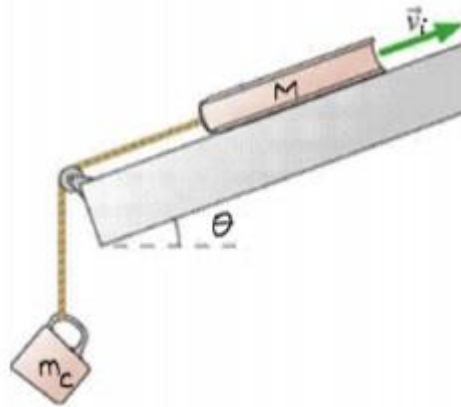
www.estudar.com.br

P1 2017 Poli USP
Resolução
Exercício 5b Dinâmica
Explicação





5. Um livro de massa M está conectado por um fio de massa desprezível à uma caneca de massa m_c , conforme a figura abaixo. É dado um empurrão ligeiro no livro e ele passa a se movimentar com velocidade inicial \vec{v}_i , na direção indicada na figura, sobre o plano inclinado. Sabendo-se que o coeficiente de atrito cinético é μ_c , responda o que se pede, colocando suas respostas em função das grandezas v_i , M , m_c , g (que corresponde à aceleração da gravidade), θ e μ_c :

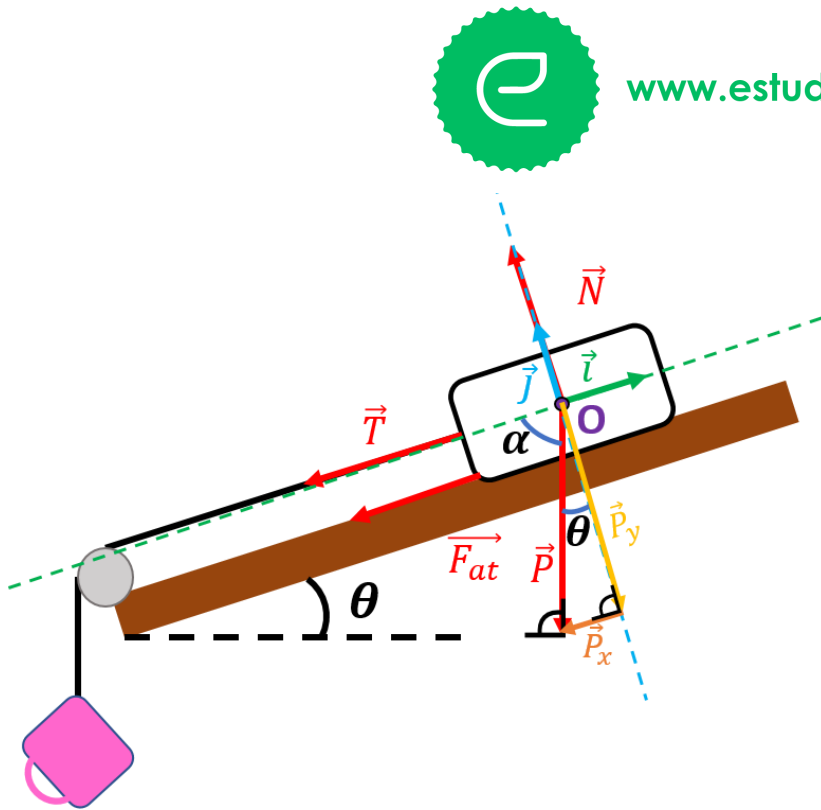


b. Determine o vetor aceleração do livro, utilizando como referência o sistema de coordenadas definido no item anterior.

Utilizando o sistema de coordenadas do item anterior (eixo x paralelo à superfície e y normal a ela), ao aplicar a **segunda lei** de **Newton** no **eixo y** no **livro**, teremos:

$$\vec{N} + \vec{P}_y = \vec{0} \Rightarrow (N - P_y)\hat{j} = 0\hat{j} \Rightarrow N = P_y$$

Onde P_y é a componente da força peso no eixo y do sistema de coordenadas. Pegando novamente o desenho, mas agora **decompondo** a força **peso** nos eixos do plano cartesiano adotado (do item anterior) e analisando os triângulos retângulos formados por superfície da rampa, horizontal e força peso; e força peso e suas projeções nos eixos x e y , podemos ver que:



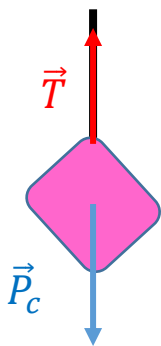
Chamando de: perpendicular (\perp) os ângulos retos; e de α o ângulo complementar a θ ($\alpha + \theta = 90^\circ$) vemos que o **ângulo entre os vetores \vec{P} e \vec{P}_y é θ** . Logo, temos:

$$|\vec{P}_x| = P_x = P \text{sen}\theta$$

$$|\vec{P}_y| = P_y = P \text{cos}\theta$$

$$\therefore N = P \text{cos}\theta = M g \text{cos}\theta \quad (I)$$

Olhando agora para a **caneca** e ignorando brevemente o sistema de coordenadas (**adotando** apenas o sentido **vertical** para **cima** como **positivo**) podemos ver que nela agem apenas **duas forças**: \vec{T} , vertical para cima, e \vec{P}_c , vertical para baixo:



Desse modo, a segunda lei de Newton aplicada à caneca fica:

$$\vec{T} + \vec{P}_c = m_c \vec{a} \Rightarrow T - P_c = m_c a$$

Substituindo P_c por $m_c g$: $T = m_c (a + g) \quad (II)$

Por último, e não menos importante, vamos analisar o **eixo x** do nosso sistema de referência no **livro**, lembrando que **as acelerações do livro e da caneca são iguais**:

$$\vec{T} + \vec{F}_{at} + \vec{P}_x = M \vec{a} \Rightarrow -T - F_{at} - P \text{sen}\theta = M a$$

Agora, podemos substituir T da equação (II), e F_{at} cinético pela sua definição ($F_{at} = \mu_c N$), substituindo ainda N por (I), teremos:



$$-m_c(a + g) - \mu_c M g \cos\theta - M g \sin\theta = M a$$

$$-m_c g - \mu_c M g \cos\theta - M g \sin\theta = M a + m_c a$$

$$a = - \frac{g(m_c + \mu_c M \cos\theta + M \sin\theta)}{M + m_c}$$

Nota: Esse resultado negativo de a indica que o vetor \vec{a} (aceleração), do livro, tem o sentido contrário ao eixo x adotado. Isso ocorreu porque, ao colocarmos as **equações em módulo**, tivemos que **supor um sentido** para \vec{a} . Esse sentido é o **sinal** que acompanhava a nas equações. No caso, supusemos que \vec{a} estava no sentido **positivo** do eixo x (por isso colocamos $+a$ nas equações). Quando achamos um **resultado negativo** para a , isso só quer dizer que nossa **hipótese estava errada**, e que o sentido de \vec{a} era o **contrário do que tínhamos escolhido**. Se tivéssemos suposto desde o começo que \vec{a} tinha o sentido contrário ao eixo x (o sentido certo), o resultado de a teria dado positivo. O resultado **positivo** indicaria que nossa **hipótese estava certa**.

Portanto, usando nosso sistema de referência do item **a.**, temos que:

$$\vec{a} = - \frac{g(m_c + \mu_c M \cos\theta + M \sin\theta)}{M + m_c} \hat{i}$$

Resposta esperada: $\vec{a} = - \frac{g(m_c + \mu_c M \cos\theta + M \sin\theta)}{M + m_c} \hat{i}$