



[www.estudar.com.br](http://www.estudar.com.br)

**P1 2017 Poli USP**  
**Resolução**  
**Exercício 4 Cinemática do**  
**Movimento Circular**  
Explicação





4. Uma partícula descreve uma trajetória circular de raio  $2\text{ m}$ , com uma posição angular variando de acordo com a expressão  $\theta(t) = 3t^3 - 3t$ , com  $\theta$  medido em radianos e  $t$  em segundos. A aceleração da partícula no instante  $t = 1\text{ s}$ , em termos dos versores polares  $\hat{e}_\theta$  e  $\hat{e}_r$  (ou  $\hat{\theta}$  e  $\hat{r}$ ) é:

- A.  $36 \hat{e}_\theta - 72 \hat{e}_r$
- B.  $36 \hat{e}_\theta$
- C.  $18 \hat{e}_\theta$
- D.  $0$
- E.  $72 \hat{e}_r$

Lá da teoria de movimento circular, podemos lembrar que, de forma um pouco semelhante a um movimento retilíneo, a **aceleração angular tangencial**  $\alpha(t)$  pode ser obtida **derivando** a expressão da **velocidade angular**  $\omega(t)$ , a qual é, por sua vez, **a derivada** da expressão do **espaço angular**  $\theta(t)$ . Ou seja:

$$\alpha(t) = \dot{\omega}(t) = \ddot{\theta}(t)$$

Portanto, aplicando a “regra do tombo” para as derivações, temos:

$$\theta(t) = 3t^3 - 3t^1$$

$$\omega(t) = \dot{\theta}(t) = 9t^2 - 3t^0$$

$$\alpha(t) = \dot{\omega}(t) = 18t^1 - 0 \Rightarrow \alpha(1) = 18 \text{ rad/s}^2$$

Isso nos fornece a aceleração **angular tangencial**. Para descobrir a **aceleração linear** tangencial devemos aplicar:

$$a(t) = \alpha(t) \cdot R \Rightarrow a(1) = 36 \text{ m/s}^2$$



Ainda assim, obtemos apenas a componente tangencial da aceleração, resta a **radial**. Para este caso, devemos lembrar que, na **direção radial**, age a **aceleração centrípeta**, cujo módulo é dado por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

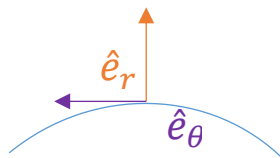
Mas:

$$\omega(t) = 9t^2 - 3 \Rightarrow \omega(1) = 6 \text{ rad/s}$$

$$\therefore a_{cp} = 72 \text{ m/s}^2$$

As alternativas, entretanto, estão numa **notação vetorial** a partir dos **versores polares**  $\hat{e}_\theta$  e  $\hat{e}_r$ . O versor  $\hat{e}_\theta$  dá a **direção tangencial** desse tipo de sistema de coordenadas, enquanto o versor  $\hat{e}_r$  nos dá a **direção radial**.

$$\vec{a} = a_\theta \hat{e}_\theta + a_r \hat{e}_r$$



Esse  $a_\theta$  é justamente a componente **tangencial** da aceleração (que chamamos de  $\mathbf{a}(t)$ ). Já o  $a_r$  é a componente **radial** da aceleração (que, no caso, é a aceleração centrípeta  $\mathbf{a}_{cp}$  que já achamos). Como a aceleração centrípeta aponta de fora para dentro (sentido oposto a  $\hat{e}_r$ ), o sinal de  $a_r$  fica negativo, e teremos:

$$\vec{a} = (36\hat{e}_\theta - 72\hat{e}_r) \text{ m/s}^2$$

**Resposta esperada: Alternativa A.**