www.estudar.com.vc

P1 2017 Poli USP Resolução

Exercício 4 Cinemática do Movimento Circular

Explicação

4. Uma partícula descreve uma trajetória circular de raio 2 m, com uma posição angular variando de acordo com a expressão $\theta(t) = 3t^3 - 3t$, com θ medido em radianos e t em segundos. A aceleração da partícula no instante $t = 1\ s$, em termos dos versores polares $\hat{e}_\theta$ e $\hat{e}_r$ (ou $\hat{\theta}$ e $\hat{r}$) é:

A. 36 $\hat{e}_\theta$ − 72 $\hat{e}_r$
B. 36 $\hat{e}_\theta$
C. 18 $\hat{e}_\theta$
D. 0
E. 72 $\hat{e}_r$

Lá da teoria de movimento circular, podemos lembrar que, de forma um pouco semelhante a um movimento retilíneo, a **aceleração angular tangencial** $\alpha(t)$ pode ser obtida **derivando** a expressão da **velocidade angular** $\omega(t)$, a qual é, por sua vez, **a derivada** da expressão do **espaço angular** $\theta(t)$. Ou seja:

$$\alpha(t) = \dot{\omega}(t) = \ddot{\theta}(t)$$

Portanto, aplicando a "regra do tombo" para as derivações, temos:

$$\theta(t) = 3t^3 - 3t^1$$

$$\omega(t) = \dot{\theta}(t) = 9t^2 - 3t^0$$

$$\alpha(t) = \dot{\omega}(t) = 18t^1 - 0 \Rightarrow \alpha(1) = 18\,rad/s^2$$

Isso nos fornece a aceleração **angular tangencial**. Para descobrir a **aceleração linear** tangencial devemos aplicar:

$$a(t) = \alpha(t) \cdot R \Rightarrow a(1) = 36\,m/s^2$$

Ainda assim, obtemos apenas a componente tangencial da aceleração, resta a **radial**. Para este caso, devemos lembrar que, na **direção radial**, age a **aceleração centrípeta**, cujo módulo é dado por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

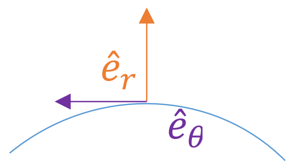
Mas:

$$\omega(t) = 9t^2 - 3 \ \Rightarrow \omega(1) = 6\, rad/s$$

$$\therefore a_{cp} = 72\, m/s^2$$

As alternativas, entretanto, estão numa **notação vetorial** a partir dos **versores polares** $\hat{e}_\theta$ e $\hat{e}_r$. O versor $\boldsymbol{\hat{e}_\theta}$ dá a **direção tangencial** desse tipo de sistema de coordenadas, enquanto o versor $\boldsymbol{\hat{e}_r}$ nos dá a **direção radial**.

$$\vec{a} = a_\theta \hat{e}_\theta + a_r \hat{e}_r$$



Esse $\boldsymbol{a_\theta}$ é justamente a componente **tangencial** da aceleração (que chamamos de $\boldsymbol{a(t)}$). Já o $\boldsymbol{a_r}$ é a componente **radial** da aceleração (que, no caso, é a aceleração centrípeta $\boldsymbol{a_{cp}}$ que já achamos). Como a aceleração centrípeta aponta de fora para dentro (sentido oposto a $\hat{e}_r$), o sinal de a_r fica negativo, e teremos:

$$\vec{a} = (36\hat{e}_\theta - 72\hat{e}_r)\, m/s^2$$

Resposta esperada: Alternativa A.