



www.estudar.com.vc

Álgebra Linear 2

Produto Interno

Lista de Exercícios





1. Produto Interno e suas Propriedades

Questão 13, P1 - Poli - 2013, tipo de prova 1

Dado um espaço vetorial V , sabe-se que uma função

$$\langle, \rangle : V \times V \rightarrow R$$

é um produto interno se, e somente se, estiverem satisfeitas:

- (i) $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
- (ii) $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
- (iii) $\langle \lambda u, v \rangle = \lambda \langle u, v \rangle$
- (iv) $\langle u, u \rangle \geq 0$

para todo $\lambda \in R$ e todos $u, v \in V$. Se $V = R^2$, a respeito da função $\langle, \rangle : R^2 \times R^2 \rightarrow R$, dada por $\langle (\alpha_1, \alpha_2), (\beta_1, \beta_2) \rangle = \det \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{pmatrix}$, para todos $(\alpha_1, \alpha_2), (\beta_1, \beta_2) \in R^2$, é correto afirmar que \langle, \rangle

Escolha uma alternativa

- A. é um produto interno em R^2
- B. não satisfaz (i) nem (iv)
- C. não satisfaz (ii) nem (iv)
- D. satisfaz (i) e (ii), apenas
- E. satisfaz (ii) e (iv), apenas



2. Produto Interno e suas Propriedades

Questão 3, P1 - Poli - 2012

Considere as seguintes afirmações:

- (I) a igualdade: $\langle A, B \rangle = \text{tr}(B^t A)$, $A, B \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ define um produto interno em $M_{m \times n}(\mathbb{R})$;
- (II) dados $t_1, t_2, t_3, t_4 \in \mathbb{R}$, com $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$, vale que a igualdade: $\langle p, q \rangle = p(t_1)q(t_1) + p(t_2)q(t_2) + p(t_3)q(t_3) + p(t_4)q(t_4)$, $p, q \in P_4(\mathbb{R})$ define um produto interno em $P_4(\mathbb{R})$;
- (III) a igualdade: $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t) dt$, $f, g \in C[0, 2]$, define um produto interno em $C[0, 2]$.

Escolha uma alternativa

- A. apenas a afirmação (I) é verdadeira
- B. apenas a afirmação (II) é verdadeira
- C. todas as afirmações são verdadeiras
- D. apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras
- E. apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras



3. Produto Interno e suas Propriedades

Questão 7, P1 – Poli – 2009

Defina:

$$\langle p, q \rangle = \sum_{i=0}^3 p'(i)q'(i)$$

para todos $p, q \in P_3(R)$.

Escolha uma alternativa

- A. \langle , \rangle não é um produto interno em $P_3(R)$ pois existem $p, q \in P_3(R)$ e $\lambda \in R$ tais que $\langle \lambda p, q \rangle \neq \lambda \langle p, q \rangle$
- B. \langle , \rangle não é um produto interno em $P_3(R)$ pois existem $p, q \in P_3(R)$ tais que $\langle p, q \rangle \neq \langle q, p \rangle$
- C. \langle , \rangle não é um produto interno em $P_3(R)$ pois existe $p \in P_3(R)$ não nulo tal que $\langle p, p \rangle = 0$
- D. \langle , \rangle é um produto interno em $P_3(R)$
- E. \langle , \rangle não é um produto interno em $P_3(R)$ pois existem $p, q, r \in P_3(R)$ tais que $\langle p, q + r \rangle \neq \langle p, q \rangle + \langle p, r \rangle$



Gabarito

- 1.** Alternativa B
- 2.** Alternativa A
- 3.** Alternativa C