www.estudar.com.vc

Integrais
Exercício 4b Teorema Fundamental do Cálculo
Resolução

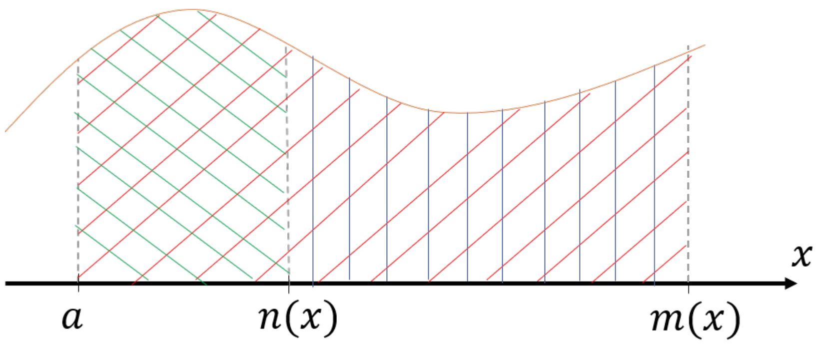
4. Sabendo-se que $f(x)$ é derivável em todo conjunto real, $f(0) = 0$ e $f(2) = -1$, e $f'(x) = g(x)$:

b. Sendo $m(x)$ e $n(x)$ funções deriváveis em todo conjunto real, calcule $\int_{n(x)}^{m(x)} g(x)dx$.

Mesmo que os **limites de integração não sejam constantes**, e sim funções de x, o entanto, o **Teorema Fundamental do Cálculo** ainda pode ser utilizado neste caso.

Temos que a integral $\int_{n(x)}^{m(x)} g(x)dx$, na qual a variável x está em ambos os limites de integração, pode ser escrita em função de f.

Para entender isso, podemos utilizar a interpretação das integrais como a **área do gráfico** de uma função, conforme a figura abaixo.



Nesta figura, a integral $\int_{n(x)}^{m(x)} g(x)dx$ é igual à área abaixo do gráfico de g, entre $m(x)$ e $n(x)$.

O Teorema Fundamental do Cálculo fornece a seguinte relação:

$$\int_{n(x)}^{m(x)} g(x)dx = G(m(x)) - G(n(x))$$

Repare que esta igualdade equivale ao enunciado da segunda parte do Teorema Fundamental do Cálculo, e que ela vale para **qualquer primitiva de g (identificada como $G(x)$)**. Como, segundo o enunciado, **f é uma primitiva de g**, temos, finalmente, que

$$G(x) = \int_{n(x)}^{m(x)} g(x)dx = f(m(x)) - f(n(x))$$

Resposta esperada: $\boldsymbol{f(m(x)) - f(n(x))}$