



www.estudar.com.vc

Lista de Exercícios

Integrais

Cálculo I POLI



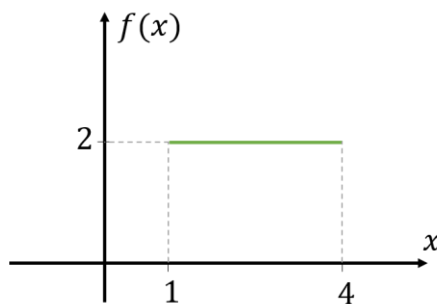


1. Intuição sobre Integrais: Área de uma Função

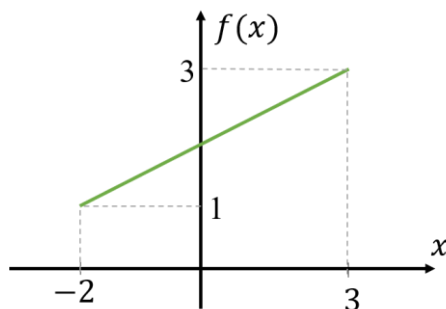
Elaboração própria

Usando a ideia de área de uma função, calcule a integral das funções cujos gráficos são apresentados abaixo:

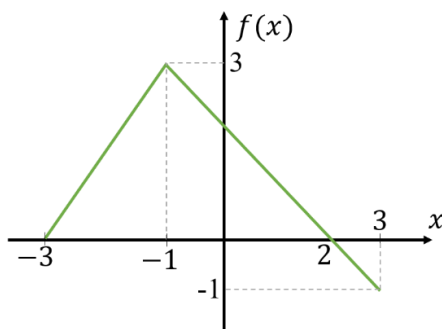
a.



b.

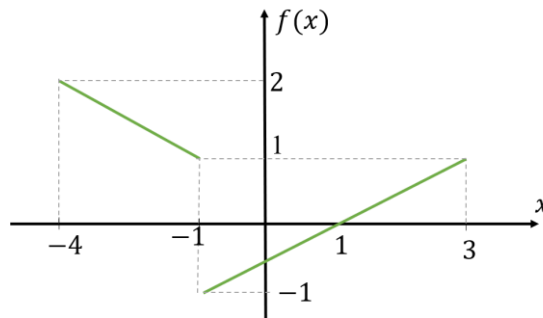


c.





d.



2. Primitivas

Elaboração própria

Encontre uma primitiva das seguintes funções:

a. $f(x) = -1$

b. $g(x) = x^2$

c. $h(x) = \frac{1}{x^2}$

d. $m(x) = \frac{1}{x}$

e. $n(x) = \cos(x)$

f. $t(x) = e^x$

3. Integral Definida

Elaboração Própria

Sabendo que:

$$\int_0^2 f(x) \cdot dx = a \text{ e } \int_2^5 f(x) \cdot dx = b$$

Calcule as seguintes integrais justificando em termos das áreas das funções:



a. $\int_0^5 f(x) \cdot dx$

b. $\int_1^2 f(x) \cdot dx$

4. Teorema Fundamental do Cálculo

Elaboração Própria

Sabendo-se que $f(x)$ é derivável em todo conjunto dos reais, $f(0) = 0$ e $f(2) = -1$, e:

$$f'(x) = g(x)$$

a. Calcule $\int_0^2 g(x) \cdot dx$

b. Sendo $m(x)$ e $n(x)$ funções deriváveis em todo conjunto dos reais, calcule:

$$\int_{n(x)}^{m(x)} g(x) \cdot dx$$

c. Derive $\int_{n(x)}^{m(x)} g(x) \cdot dx$.

5. Teorema Fundamental do Cálculo

P3 2017 Cálculo I Poli, Exercício 6 Adaptado

Seja $\varphi: R \rightarrow R$ uma função real derivável tal que $\varphi'(x) = x \cdot \varphi(x)$ para todo $x \in R$. Seja também $\alpha: R \rightarrow R$ uma função duas vezes derivável tal que $\alpha(0) = 1$ e $(\alpha'(0))^2 + \alpha''(0) = 5$. Se $F(x)$ é a função:

$$F(x) = \int_0^{\alpha(x)} \varphi(t) \cdot dt$$



O valor de $F''(0)$ é igual a?

6. Teorema Fundamental do Cálculo

P3 2016 Cálculo I Poli, Exercício 5 Adaptado

A derivada da função $F(x) = \int_1^{x^2} \sin x^2 \cdot e^{t^2} \cdot dt$ é:

7. Teorema Fundamental do Cálculo

P3 2015 Cálculo I Poli, Exercício 3b Adaptado

Mostre que o gráfico da função $F:]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$F(x) = \int_1^{\frac{1}{x^2}} \left(\frac{1}{1+t^4} + t^{-\frac{4}{3}} \right) \cdot dt - 3 \cdot \int_x^0 \frac{t^8}{1+t^{12}} \cdot dt$$

É parte de uma reta. Determine o coeficiente angular dessa reta.

8. Integral Definida

Elaboração própria

Calcule:

a. $\int_{-1}^2 (x^2 - 1) \cdot dx$.

b. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \cdot \cos(x) \cdot dx$

9. Integral Indefinida

Elaboração própria



Calcule:

a. $\int x^{107} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}} \cdot dx$

b. $\int (2^x - \frac{1}{x} + e^x) \cdot dx$

10. Integral Indefinida e Primitivas

Elaboração própria

Calcule:

a. $\int [\cos(2 \cdot x) - \sin(x)] \cdot dx$

b. $\int \sec(x) \cdot [\sec(x) + \tan(x)] \cdot dx$

c. $\int \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \cdot dx$

d. $\int \frac{9}{1+x^2} \cdot dx$

11. Integral Definida e Paridade

Elaboração própria

Calcule:

a. $\int_{-3}^3 |x| \cdot dx$

b. $\int_{-1}^1 \sin(x) \cdot dx$

c. $\int_{-2}^2 \frac{x^5 - x^3}{x^2 - 1} \cdot dx$

12. Desafio: Teorema Fundamental do Cálculo

Elaboração própria

Sendo $g(x) = \tan(x)$, $n(x) = \frac{3 \cdot x}{x^3 - 2}$ e $m(x) = \arctan(x)$, calcule $\frac{df}{dx}$, onde:



$$f(x) = \int_{n(x)}^{m(x)} g(x) \cdot dx$$



Gabarito

1.

a. 6

b. 10

c. 7

d. 4,5

2.

a. $f(x) = -x + c, c \in R$

b. $g(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + c, c \in R$

c. $h(x) = \frac{1}{x} + c, c \in R$

d. $m(x) = \ln(|x|) + c, c \in R$

e. $n(x) = \sin(x) + c, c \in R$

f. $t(x) = e^x + c, c \in R$

3.

a. $a + b$

b. Não podemos concluir nada.

4.

a. -1

b. $f(m(x)) - f(n(x))$

c. $g(m(x)) \cdot m'(x) - g(n(x)) \cdot n'(x)$

5. $5 \cdot \varphi(1)$



6. $2 \cdot x \cdot \cos x^2 \cdot \int_1^{x^2} e^{t^2} \cdot dt + 2 \cdot x \cdot \sin x^2 \cdot e^{x^4}$

7. -3

8.

a. 0

b. 3

9.

a. $\frac{x^{108}}{108} + \frac{10}{3 \cdot \sqrt[5]{x^8}} + K$

b. $\frac{2^x}{\ln 2} - \ln|x| + e^x + K$

10.

a. $\frac{\sin(2 \cdot x)}{2} + \cos(x) + K$

b. $\tan(x) + \sec(x) + K$

c. $3 \cdot \arcsin(x) + K$

d. $9 \cdot \arctan(x) + K$

11.

a. 9

b. 0

c. 0

12. $\frac{x}{1+x^2} + 6 \cdot \left[\frac{x^3+1}{(x^3-2)^2} \right] \cdot \tan\left(\frac{3 \cdot x}{x^3-2}\right)$