



www.estudar.com.br

Cálculo

Exercício 2b Polinômio de Taylor de Ordem 3

Explicação





2. Considere a função $f(x) = x^3$.

b. Expanda a função $f(x)$ em um polinômio de Taylor de ordem 3, em torno de $x = 2$.

O Polinômio de Taylor de ordem 3 de uma dada função é:

$$P(x) = f(a) + f'(a) \frac{(x-a)^1}{1!} + f''(a) \frac{(x-a)^2}{2!} + f'''(a) \frac{(x-a)^3}{3!}$$

Calculando as derivadas da nossa f :

$$f(x) = x^3$$

$$f'(x) = f^1(x) = 3x^2$$

$$f''(x) = f^2(x) = 6x$$

$$f'''(x) = f^3(x) = 6$$

Como queremos o Polinômio de ordem 3, só precisamos calcular até a $f^3(x)$.

Substituindo no Polinômio:

$$P(x) = f(2) + f^1(2) \frac{(x-2)^1}{1!} + f^2(2) \frac{(x-2)^2}{2!} + f^3(2) \frac{(x-2)^3}{3!}$$

$$P(x) = 2^3 + 3 \cdot 2^2 \frac{(x-2)^1}{1!} + 6 \cdot 2 \frac{(x-2)^2}{2!} + 6 \frac{(x-2)^3}{3!}$$



$$P(x) = 8 + 12 \frac{(x-2)}{1} + 12 \frac{(x-2)^2}{2} + 6 \frac{(x-2)^3}{6}$$

Simplificando:

$$P(x) = 8 + 12(x-2) + 6(x-2)^2 + (x-2)^3$$

$$P(x) = 8 + 12x - 24 + 6(x^2 - 4x + 4) + x^3 - 3 \cdot 2 \cdot x^2 + 3 \cdot 4x - 2^3$$

$$P(x) = 8 + 12x - 24 + 6x^2 - 24x + 24 + x^3 - 6x^2 + 12x - 2^3$$

Efetando os cálculos finais, obtemos:

$$P(x) = x^3$$

Note que, o polinômio de ordem 3 que melhor aproxima a função x^3 é a própria x^3 .

Resposta esperada: o Polinômio de Taylor, de ordem 3 em torno de $x = 2$, de $f(x) = x^3$ é $P(x) = x^3$.