



www.estudar.com.vc

Lista de Exercícios

Derivadas

Cálculo I POLI





1. Definição de Derivadas

Elaboração Própria

Calcule as derivadas das seguintes funções, pela definição:

- a. $f(x) = 2 \cdot x^2$, derivada $f'(3)$.
- b. $f(x) = \sin(x)$, derivada $f'(0)$.
- c. $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$, derivada $f'(0)$.

2. Diferenciabilidade

Elaboração Própria

Calcule os seguintes limites:

Usando a definição de diferenciabilidade, verifique em quais pontos as seguintes funções são diferenciáveis:

- a. $f(x) = \frac{1}{x}$
- b. $f(x) = |x - 1|$

3. Continuidade, Função Composta e Diferenciabilidade

P1 2017 Cálculo I Poli, Exercício 2 Adaptado

Sejam f e g funções reais a valores reais. Considere as seguintes afirmações:

- I. Se f é contínua em $x_0 \in \text{dom}(f)$, então é derivável em x_0 .
- II. Suponha f inversível com inversa g , f derivável em $x_0 \in \text{dom}(f)$, g contínua em $f(x_0)$ e $f'(x_0) \neq 0$. Então g é derivável em $f(x_0)$.



III. Se f e g forem ambas descontínuas em $x_0 \in \text{dom}(f) \cap \text{dom}(g)$, então $f + g$ é descontínua em x_0 .

Escolha uma alternativa:

- A. Apenas a afirmação I.
- B. Apenas a afirmação II.
- C. Apenas a afirmação III.
- D. Todas as afirmações.
- E. Apenas as afirmações II e III.

4. Diferenciabilidade

P1 2017 Cálculo I Poli, Exercício 2 Adaptado

Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x + 5, & x \leq 1 \\ a \cdot x + b, & x > 1 \end{cases}$$

Para que f seja derivável em 1, a e b devem ser, respectivamente:

- A. 5 e 3
- B. 2 e 3
- C. 4 e qualquer b real
- D. 4 e 3
- E. Para nenhum valor de a e b

5. Diferenciabilidade

P1 2016 Cálculo I Poli, Exercício 5 Adaptado



Considere as seguintes afirmações:

- I. Se g é limitada e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ então $\lim_{x \rightarrow +\infty} |f(x) \cdot g(x)| = \infty$.
- II. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função tal que $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|^2$ então f é derivável.
- III. Se $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é descontínua em x_0 e limitada, então $f(x) = x \cdot g(x) \cdot \sin x$ é derivável em $x_0 = 0$.

São corretas:

- A. Nenhuma das afirmações
- B. Todas as afirmações
- C. Somente as afirmações I e II
- D. Somente as afirmações I e III
- E. Somente as afirmações II e III

6. Diferenciabilidade

P1 2016 Cálculo I Poli, Exercício 7 Adaptado

Considere a função:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 \cdot \sin \frac{1}{|x|}}{|x|}, & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Em $x_0 = 0$ pode-se afirmar que f é:

- A. Descontínua



- B. Derivável e $f'(0) = 1$
- C. Contínua, mas não derivável
- D. Derivável e $f'(0) = 0$
- E. Derivável e $f'(0) = -1$

7. Diferenciabilidade

P1 2016 Cálculo I Poli, Exercício 8 Adaptado

Seja $f(x) = \sin \sqrt[3]{x^3 + x^2} \cdot \sin \sqrt[3]{x}$. Determine os pontos em que f não é derivável. Nos demais pontos calcule $f'(x)$.

8. Diferenciabilidade

P1 2015 Cálculo I Poli, Exercício 2 Adaptado

Seja

$$f(x) = \sqrt[3]{(x-2)^2 \cdot (x+2)} \cdot \sin(\sqrt[3]{x^2-4})$$

Determine todos os pontos nos quais f é derivável e calcule a derivada de f nesses pontos.

(Observação: Se você achar que a derivada não existe em algum ponto, justifique.)

9. Regras de Derivação

Elaboração própria



Calcule as funções derivadas das seguintes funções:

a. $f(x) = 2.049$

b. $f(x) = 2 \cdot x^2$

c. $f(x) = \frac{1}{x}$

d. $f(x) = 4 \cdot x^3 + 3 \cdot x - \frac{2}{x}$

e. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

10. Regras de Derivação: Funções Trigonômétricas

Elaboração própria

Calcule as derivadas $f'(x)$ das seguintes funções:

a. $f(x) = \sin(x) - \cos(x)$

b. $f(x) = 4 \cdot \tan(x) - \sec(x)$

c. $f(x) = 2 \cdot (\sin(x) + \operatorname{cosec}(x)) - 2 \cdot (\cos(x) - \operatorname{cotan}(x))$

11. Regras de Derivação: Funções Exponenciais e Logarítmicas

Elaboração própria

Calcule $\frac{df}{dx}$:

a. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

b. $f(x) = \log_3 x$

c. $f(x) = e^x$

d. $f(x) = 2 \cdot \ln(x)$

12. Regra do Produto, do Quociente e da Cadeia

Elaboração própria



Calcule as derivadas $f'(x)$ das seguintes funções:

a. $f(x) = x \cdot \ln(x)$

b. $f(x) = \frac{x}{e^x}$

c. $f(x) = e^{4 \cdot x}$

d. $f(x) = \sin(\sin(x))$

e. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

f. $f(x) = e^x \cdot \ln(3 \cdot x)$

13. Regra do Quociente e da Cadeia

P1 2017 Cálculo I Poli, Exercício 6 Adaptado

Uma partícula se movimenta ao longo de uma reta real segundo a função horária $g: R \rightarrow R$ dada por $g(t) = \frac{f(t^4)}{2 \cdot f(t^4)^2 + 1}$, com $f: R \rightarrow R$ derivável e unidades no sistema MKS. Supondo $f(1) = f'(1) = 1$, calcule a velocidade da partícula no instante $t = 1$.

14. Regra da Cadeia

P2 2016 Cálculo I Poli, Exercício 5 Adaptado

Calcule a derivada da função $f: R \rightarrow R$ dada por $f(x) = (1 + \cos^2(x))e^x$.

15. Derivada de Segunda Ordem

Elaboração própria

Calcule $\frac{d^2f}{dt^2}$ a segunda derivada da seguinte função no ponto em que o enunciado pede:



$$f(x) = x^3 + 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 10$$

$$\frac{d^2f}{dt^2}(1).$$

16. Derivação Implícita

Elaboração própria

Sabendo-se que $y = f(x)$, calcule as derivadas nos pontos pedidos das seguintes funções, mostradas implicitamente:

a. $x^2 + y^2 = 12 \cdot x, f'(6)$.

b. $\sin(x + y) = y^2 \cdot \cos(x), f'(0)$ (Importante: $f(0) = 0$).

17. Derivação Implícita

P1 2016 Cálculo I Poli, Exercício 1 Adaptado

Seja f uma função derivável definida em um intervalo aberto centrado em $x = 0$ e dada implicitamente pela equação:

$$y^3 + x \cdot y^2 + y = 2 \cdot \sin x + 2$$

O valor de $f'(0)$ é:

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{3}{4}$

D. $-\frac{14}{13}$

E. $\frac{6}{13}$



18. Regras de Derivação: Funções Inversas Trigonométricas e Funções Hiperbólicas

Elaboração própria

Calcule as derivadas $f'(x)$ das seguintes funções:

a. $f(x) = \arcsin(x) + \arccos(x)$

b. $f(x) = (1 + x^2) \cdot \arctan(x)$

c. $f(x) = \sinh(x) + \cosh(x)$

d. $f(x) = 2 \cdot x$



Gabarito

1.

a. 12

b. 1

c. -1

2.

a. $R - \{0\}$

b. $R - \{1\}$

3. Alternativa B

4. Alternativa D

5. Alternativa E

6. Alternativa D

7. f é derivável em $\{x \in R \mid x \neq -1\}$.

Para $x \neq 0$:

$$f'(x) = \sin(\sqrt[3]{x}) \cdot \cos(\sqrt[3]{x^3 + x^2}) \cdot \frac{3 \cdot x^2 + 2 \cdot x}{3 \cdot \sqrt[3]{(x^3 + x^2)^2}} + \sin(\sqrt[3]{x^3 + x^2}) \cdot \cos(\sqrt[3]{x}) \cdot \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}$$

E $f'(0) = 1$



8. O conjunto dos pontos em que f é derivável é $(x \in \mathbb{R} | x \neq -2)$, com

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot [(x-2)^2 \cdot (x+2)]^{-\frac{2}{3}} \cdot (2 \cdot (x-2) \cdot (x+2) + (x-2)^2) \cdot$$

$$\sin(\sqrt[3]{x^2-4}) + \sqrt[3]{(x-2)^2 \cdot (x+2)} \cdot \cos(\sqrt[3]{x^2-4}) \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x^2-4)^{-\frac{2}{3}}\right) \cdot 2 \cdot x$$

9.

a. 0

b. $4 \cdot x$

c. $-\frac{1}{x^2}$

d. $12 \cdot x^2 + 3 + \frac{2}{x^2}$

e. $\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}$

10.

a. $\cos(x) + \sin(x)$

b. $\sec(x) \cdot (4 \cdot \sec(x) - \tan(x))$

c. $2 \cdot [\cos(x) + \sin(x) - \operatorname{cosec}^2(x) - \cotan(x) \cdot \operatorname{cosec}(x)]$

11.

a. $-\frac{1}{2} \cdot \ln 2$

b. $\frac{1}{x \cdot \ln 3}$

c. e^x

d. $\frac{2}{x}$



12.

a. $\ln x + 1$

b. $\frac{1-x}{e^x}$

c. $4 \cdot e^{4 \cdot x}$

d. $2 \cdot \cos(2 \cdot x) \cdot \cos(\sin(2 \cdot x))$

e. $\frac{1}{x^2 \cdot \sqrt{x^2+1}}$

f. $e^{x^2} \cdot (2 \cdot x \cdot \ln(3 \cdot x) + \frac{1}{x})$

13. $-\frac{4}{9}$

14. $(1 + \cos^2 x)^{e^x} \cdot (e^x \cdot \ln(1 + \cos^2 x)) - \frac{2 \cdot e^x \cdot \sin x \cdot \cos x}{1 + \cos^2 x}$

15. 10

16.

a. 0

b. -1

17. Alternativa A

18.

a. 0

b. $2 \cdot \arctan x + 1$

c. $\sinh(x) + \cosh(x)$

d. $-2 \cdot \cotan(x) \cdot \operatorname{cosech}(x)$