



[www.estudar.com.br](http://www.estudar.com.br)

**P1 2016 Poli USP**  
**Resolução**  
**Exercício 1 Derivação Implícita**  
Explicação





1. Seja  $f$  uma função derivável definida em um intervalo aberto em  $x = 0$  e dada implicitamente pela equação

$$y^3 + xy^2 + y = 2 \sin(x) + 2$$

O valor de  $f'(0)$  é

Escolha uma alternativa:

- a.  $\frac{1}{4}$
- b.  $\frac{1}{2}$
- c.  $-\frac{3}{4}$
- d.  $-\frac{14}{13}$
- e.  $\frac{6}{13}$

Para resolver esse exercício, precisamos usar o conceito de **derivação implícita** na equação dada no enunciado, junto com as regras da **derivada do produto** e da **derivada da soma**.

Sabemos, pelo enunciado que  $f(x) = y$ . Porém, ainda não sabemos o valor de  $f(0)$  podemos usar da derivação implícita.

Para isso, iremos usar a equação do enunciado:  $x_0 = 0$ .

$$y^3 + xy^2 + y = 2 \sin(x) + 2$$

$$y^3 + 0 \cdot y^2 + y = 2 \sin(0) + 2$$

$$\Rightarrow y^3 + y = 2$$



Como é uma **função**, sabemos que há somente um valor para  $y(0)$ . Pela equação obtida, podemos concluir que  $y(0) = 1$ .

Agora, precisamos calcular a derivada. Primeiramente, vamos derivar o lado esquerdo da igualdade:

$$(y^3 + xy^2 + y)' = 3y^2 \cdot y' + y^2 + x \cdot 2y \cdot y' + y'$$

Depois, o lado direito:

$$(2 \sin(x) + 2)' = 2 \cos(x)$$

Substituindo esses resultados na igualdade:

$$\frac{d(y^3 + xy^2 + y)}{dx} = \frac{d(2 \sin(x) + 2)}{dx}$$

$$\Rightarrow 3y^2 \cdot y' + y^2 + x \cdot 2y \cdot y' + y' = 2 \cos(x)$$

Como queremos  $f'(0) = y'(0)$ , só precisamos **substituir** os valores  $x_0 = 0$  e  $y(0) = 1$  na equação obtida e obter o valor desejado.

$$3 \cdot 1^2 \cdot y' + 1^2 + 0 \cdot 2 \cdot 1 \cdot y' + y' = 2 \cos(0)$$

$$\Rightarrow 3y' + y' = 1$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{4}$$

**Resposta esperada: A.**