



[www.estudar.com.vc](http://www.estudar.com.vc)

# Modelos

## Resumo do Curso

### LIVE 24/09/17





## 1. Introdução a modelagem matemática de problemas lineares

### Modelo matemático:

1º passo: Tomada de decisão

2º passo: Definir a Função Objetivo

3º passo: Respeitar as restrições/ limitações

### Variáveis de decisão

X1: quantidade de produtos A a produzir

X2: quantidade de produtos B a produzir

#### 1. Função Objetivo:

Maximizar o lucro

$$L=3x_1+4x_2$$

#### 2. Limitações:

$$x_1 \leq 6 \text{ (peça pequena)}$$

$$x_1+2x_2 \leq 12 \text{ (peça média)}$$

$$x_1+x_2 \leq 8 \text{ (peça grande)}$$

Recurso Gargalo: que limita minha produção. Sempre há um gargalo no recurso, senão a produção seria ilimitada.

## 2. Método Simplex

Algoritmo para encontrar a solução ótima de problemas lineares

### Exemplo:

$$\text{Máx } L = 3x_1+5x_2$$

$$\text{s.a } x_1+x_2 \leq 8$$



$$x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$x_1 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Formato Padrão: transformar as desigualdades em igualdades adicionando variáveis de folga

$$\text{Máx } L = 3x_1 + 5x_2$$

$$\text{s.a } x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 12$$

$$x_1 + x_5 = 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0$$

Teste da razão: Sai da base o que mais restringe

Variável livre: Se alguma variável do modelo não possuir a condição de não-negatividade, pode-se substituí-la pela diferença de duas outras variáveis não negativas

$$x_3 \text{ livre} \rightarrow x_3 = x_3' - x_3''$$

### 3. Método Simplex Duas Fases

Ocorre quando há uma ou mais restrições sinal de  $\geq 0$

Exemplo:

$$\text{Máx } z = x_1 + x_2$$

$$\text{s.a } -x_1 + x_2 \geq 2$$

$$2x_1 - x_2 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Corrigimos esse problema colocando uma variável de excesso e uma variável artificial



$$\begin{aligned} \text{Máx } z &= x_1 + x_2 \\ \text{s.a } -x_1 + x_2 - e_1 + a_1 &= 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, e_1 \geq 0, a_1 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Fase 1: minimiza a variável artificial. Fase 1 termina quando a função objetiva retorna a zero.

Fase 2: otimiza a função objetiva (maximiza se for de máximo, minimiza se for de mínimo).

## 4. Primal/Dual

Passo-a-passo transformação para o dual:

- Atribuí uma nova variável a cada restrição do primal
- Se primal é de maximização, inverte o sinal dessa variável em relação ao sinal da restrição.
- Se primal é minimização, não inverte o sinal da variável em relação ao sinal da restrição
- Se restrição é "=", a variável no dual será livre

Passo-a-passo função objetivo do dual:

- Se no primal a função objetiva é de maximização, a do dual vai ser de minimização e vice-versa
- Função objetiva:  $\min/\text{máx} = \sum_i^n LD_i * \text{nova variavel}_i$

Resultados importante: Solução do primal é o preço sombra do dual.



## 5. Relatório de Sensibilidade

### Relatório células variáveis:

- Final valor: solução ótima
- Permitido aumentar: quanto se pode aumentar o coeficiente sem mudar “final valor”
- Permitido reduzir: quanto se pode reduzir o coeficiente sem mudar “final valor”

### Relatório restrições:

- Restrição lateral RH: lado direito da equação
- Preço sombra: quanto irá subir seu lucro se aumentar 1 unidade na restrição (RH)

Observação:  $1E+30$ =infinito no relatório.



## 6. Otimização de Redes

### Redes de Transporte:

Variável de decisão:

$$x_{ij} = \text{quantidade transportada do nó } i \text{ para o nó } j$$
$$x_{ij} \geq 0, \text{ para todo } i \text{ e } j$$

Função objetivo:

Geralmente, por estarmos tratando de transporte, a função será de minimizar o custo de transporte. Todavia, nada impede que a questão trate minimizar custo como maximizar lucro, por exemplo.

### Redes de Caminho Mínimo:

Variável de decisão:

$$x_{ij} = 1, \quad \text{se for realizado o caminho } i \rightarrow j$$
$$x_{ij} = 0, \quad \text{caso contrário}$$

Função objetivo:

Geralmente, por estarmos tratando por redes de caminho mínimo, a função será de minimizar a distância total.