www.estudar.com.vc

Matemática da Variação

Prova 2

Resumo e Exercícios P2

Fórmulas e Resumo Teórico

Limite

Se o limite de uma função f existe, ara $x \to a$, então vale que:

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a} f(x)$$

<u>Soma e subtração:</u>

$$\lim_{\mathrm{x \to a}} \big(f(x) \pm g(x)\big) = \lim_{\mathrm{x \to a}} f(x) \pm \lim_{\mathrm{x \to a}} g(x)$$

<u>Multiplicação:</u>

$$\lim_{x \to a} \big(f(x) \cdot g(x)\big) = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$$

<u>Multiplicação por escalar:</u>

$$\lim_{x \to a} \big(\beta \cdot f(x)\big) = \beta \cdot \lim_{x \to a} f(x)\,, \beta \in R$$

Continuidade de funções

Se uma função f é contínua no ponto $x = a$, então:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Derivabilidade

Se uma função é derivável em um ponto $x = a$, então pode-se assegurar que ela é contínua em $x = a$.
Mas se uma função f é contínua em $x = a$, não necessariamente ela será derivável em $x = a$.

Derivada

Soma e subtração: $[f \pm g]'(a) = f'(a) \pm g'(a)$

Regra da Cadeia: $\left[f\left(g(a)\right)\right]' = [f \circ g]'(a) = f'\left(g(a)\right) \cdot g'(a)$

Ponto Crítico: Reta tangente horizontal = derivada nula = $[f(x_c)]' = 0$

Regra do Tomo: $\frac{d(x^n)}{dx} = x^{n-1}$

Integral

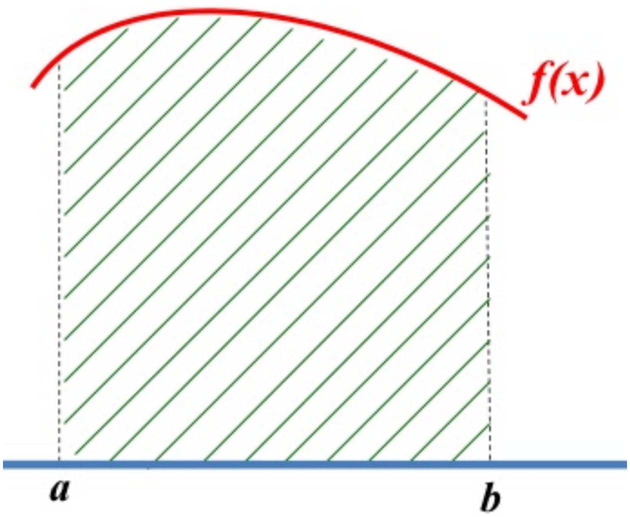
Primitiva: Inverso da derivada

Integral Indefinida: $\int [f(x)]' dx = f(x) + C$

Integral Definida: $\int_a^b [f(x)]' dx = [f(x)] \Big|_a^b$

Inverso da Regra do Tombo: $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

Área sobre uma curva:



$\int_a^b f(x) = Área\ do\ Gráfico$

Exercícios de Fixação

1. Derivada

Lista 5 - 2016

Dada as seguintes funções:

$$f(x) = e^x$$
$$g(x) = 2x^2 + x$$
$$h(x) = x + 1$$

a. Escreva a função de $C(x)$, onde $C = f \circ g \circ h$.

b. Calcule a derivada de $C(x)$.

2. Análise de gráficos e Derivada

Lista 4 - 2016

Eduardo é dono de uma loja de facas, ele decidiu equacionar a variação de seu lucro ao longo dos meses. Ele obteve a seguinte equação, para $0 \leq t \leq 12$, com t em meses:

$$f(t) = \frac{t^3}{3} - 5t^2 + 16t + 1000$$

a. Obtenha todos os instantes em que a reta tangente ao gráfico de $f(t)$ é paralela ao eixo das abscissas.

b. O que significam para Eduardo os instantes obtidos no item anterior?

3. Análise de gráficos e Integral

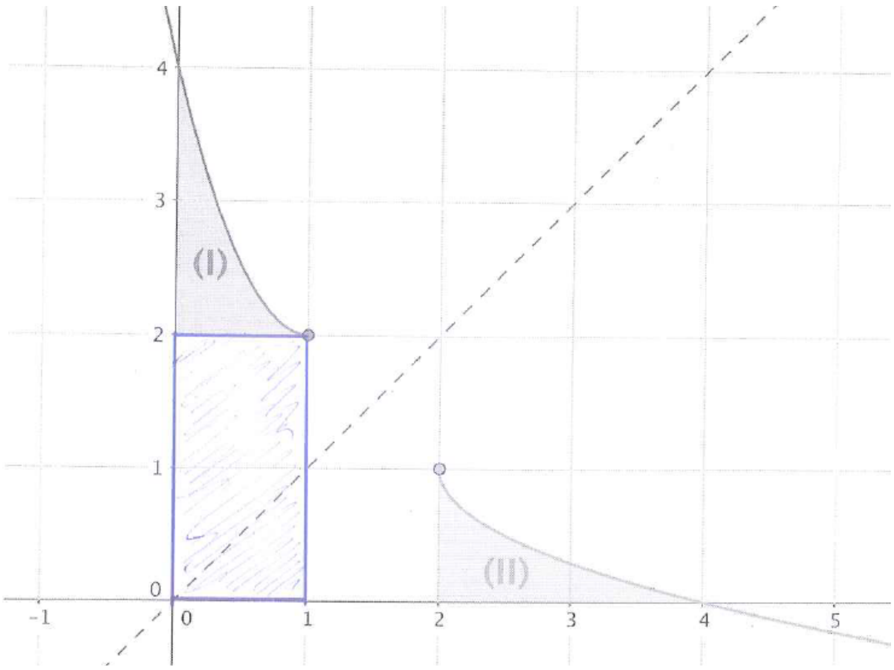
Prova 2

A figura abaixo mostra os gráficos das funções f e g, definidas como se segue:

$$f:]-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x) = 2x^2 - 4x + 4$$

E

$$g: [2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$$
$$g(x) = 1 - \sqrt{\frac{x}{2} - 1}$$



a. As áreas das duas regiões destacadas na figura (I e II) são iguais. Com base nesta informação, utilize a função f para calcular a área da região II.

b. Mostre que a função P, dada pela lei abaixo, é uma primitiva da função g.

$$P(x) = x - \frac{4}{3} \cdot \sqrt{\left(\frac{x}{2} - 1\right)^3}$$

c. Calcule novamente a área da região II, desta vez, o que você mostrou no item b. Compare com o resultado do item a para confirmar sua resposta.

4. Derivada

Prova 2

Para construir a função $f(x)$ tem-se:

- Para $-1 \leq x \leq 1$, $f(x)$ é constante;
- Para $x < -1$ ou $x > 1$, tem-se que $f(x) = \frac{k}{x^6}$, sendo k uma constante positiva;
- A função $f(x)$ é contínua.
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1$

a. Esboce o gráfico de uma função $f(x)$ que satisfaça as premissas estabelecidas pelo grupo. Não se preocupe ainda com o valor da constante k. Em seguida escreva a lei da função $f(x)$ em função de k.

b. Determine o valor da constante k.

Gabarito

1.

a. $C(x) = e^{2(x+1)^2+(x+1)}$

b. $C'(x) = e^{2(x+1)+(x+1)}(4x+5)$

2.

a. $f'(8) = 0$ e $f'(2) = 0$

b. Não há variação no lucro da loja naquele instante.

3.

a. $\frac{2}{3}$

b. $P'(x) = 1 - \sqrt{\frac{x}{2} - 1} = g(x)$

c. $\int_2^4 g(x)dx = \frac{2}{3}$

4.

a. $f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^6}, se\ x < -1\ ou\ x > 1 \\ k, se - 1 \leq x \leq 1 \end{cases}$

b. $k = \frac{5}{12}$