



www.estudar.com.br

Cálculo II

Limites e Continuidade para Funções de Duas Variáveis

Lista de Exercícios





1. Limites Básicos

Elaboração própria

Calcule os limites abaixo:

- $\lim_{(x,y) \rightarrow (2\pi, 2\pi)} x^2 + \cos y$
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} e^x - \ln y^2$
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x+y)}{x+y}$

2. Limites por Métodos

Elaboração própria

Calcule os seguintes limites ou prove que não existe:

- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y^2}{x+y}$
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^4+y^2}$
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{2x^2+y^2} \sin(x^3 + y^6)$
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+y^2}{x^4+y^6}$

3. Continuidade

Elaboração própria

Determine se as funções a seguir são contínuas em $(x, y) = (0,0)$:

- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{2x^2+y^2} \sin(x^3 + y^6)$, com $f(x, y) = \frac{x^2}{2x^2+y^2} \sin(x^3 + y^6)$ e $f(0,0) = 0$
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{2x^2+y^2} \sin(x^3 + y^6)$, com $f(x, y) = \frac{x^2}{2x^2+y^2} \sin(x^3 + y^6)$ e $f(0,0) = 1$



4. Limites Elaborados

P1 2016 – Questão 3 - Adaptada

Seja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = \begin{cases} x^2 \frac{\sin(x-y)}{x^3-y^3}, & \text{se } x \neq y \\ \frac{1}{3}, & \text{se } x = y \end{cases}$

- Determine se f é contínua no ponto $(0,0)$.
- Determine se f é contínua no ponto $(1,1)$.
- Determine se $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+y^{10}}{x-y^5}$ existe.
- Calcule $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{-x^2-y^2}-1}{x^2+y^2}$.

5. Limites Elaborados

P1 2015 – Questão 3 - Adaptada

Seja f a função dada por $f(x, y) = x^2 \ln(3x^2 + y^2) \arctan\left(\frac{1}{y^2-x^2}\right)$.

- Decida, justificando, se existe ou não $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x^2 \ln(3x^2 + y^2)$.
- Verifique se o limite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ existe, e, em caso afirmativo, determine seu valor. Justifique.
- Verifique se o limite $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} f(x, y)$ existe, e, em caso afirmativo, determine seu valor. Justifique.

6. Limites Elaborados

P1 2013 – Questão 3 e P1 2012 – Questão 4 - Adaptadas

Calcule, se existir, ou justifique a não existência:

- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2y}-1}{y^3}$
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \sin(3x^2 + 4y^2) \ln(x^2 + y^2)$



Gabarito

1.

- a. $4\pi^2 + 1$
- b. 1
- c. 1

2.

- a. Não existe.
- b. Não existe.
- c. 0
- d. Não existe.

3.

- a. A função é contínua no ponto.
- b. A função não é contínua no ponto.

4.

- a. A função não é contínua no ponto.
- b. A função é contínua no ponto.
- c. Não existe.
- d. -1

5.

- a. 0
- b. 0
- c. Não existe.

6.

- a. Não existe.



b. 0