estudar.com.vc

Cálculo

Limites e Derivadas

Condição de existência de um limite

Se o limite de uma função f existe, , para $x \to a$, então vale que:

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a} f(x)$$

Propriedades dos limites

Soma e subtração: $\lim_{x\to a} \left(f(x) \pm g(x) \right) = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$

Multiplicação: $\lim_{x\to a} \left(f(x) \cdot g(x) \right) = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$

Quociente: $\lim_{x\to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$, desde que $g(x) \neq 0$ e $\lim_{x\to a} g(x) \neq 0$

Multiplicação por escalar: $\lim_{x\to a} \left(\beta \cdot f(x) \right) = \beta \cdot \lim_{x\to a} f(x)$, $\beta \in R$

Continuidade de funções

Se uma função f é contínua no ponto $x = a$, então:

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

Teorema do Confronto

Sejam três funções, $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$, tais que:

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x), \text{ para todo } x \neq a.$$

Se $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = L$, então pode-se afirmar que $\lim_{x\to a} g(x) = L$.

Definição de derivada em um ponto

A derivada de uma função f, num ponto $x = a$ pertencente a seu domínio, será $f'(a)$, tal que:

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Graficamente, $f'(a)$ indica o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função f no ponto $x = a$.

Definição de derivada (forma geral)

A expressão da derivada de uma função f será $f'(x)$, tal que:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Regras de derivação

Regra da soma e subtração: $(f \pm g)'(a) = f'(a) \pm g'(a)$

Regra do produto: $(f \cdot g)'(a) = f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)$

Regra do quociente: $\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a) \cdot g(a) - f(a) \cdot g'(a)}{(g(a))^2}$, desde que $g(x) \neq 0$

Regra da Cadeia

A derivada da função composta $f \circ g$ num ponto $x = a$ é tal que:

$$(f \circ g)'(a) = f'(g(a)) \cdot g'(a)$$

Em outras palavras: a derivada da função composta é igual à derivada da função **"mais externa",** calculada na função **"mais interna"**, vezes a derivada da função **"mais interna".**

Derivabilidade e Continuidade

Se uma função f é derivável em um ponto $x = a$, então pode-se assegurar que ela é contínua em $x = a$.

Mas se uma função f é contínua em $x = a$, não necessariamente ela será derivável em $x = a$.