



estudar.com.br

Física 1

Rotação e Corpo Rígido

Resumo P3





Fórmulas e Resumo Teórico

Momento Angular

- Considerando um corpo de massa m a um momento linear p , temos:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

Torque

- Considerando uma força \vec{F} em um corpo, temos:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Torque e Variação de Momento Angular

- Considerando um torque $\vec{\tau}$ realizado num intervalo de tempo Δt , temos:

$$\vec{\tau} \Delta t = \Delta \vec{L}$$

2º Lei de Newton para Rotação

- Considerando um corpo de Momento de Inércia I , aceleração angular α e velocidade angular ω , temos:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

Energia Cinética Rotacional

- Considerando um corpo de Momento de Inércia I e velocidade angular ω , temos:

$$E = \frac{I\omega^2}{2}$$



Rolamento

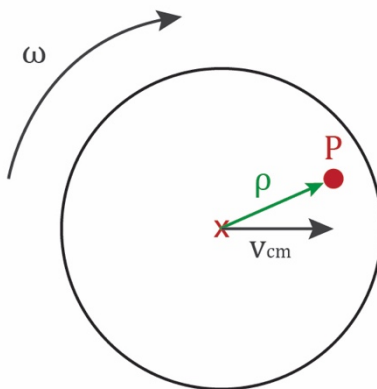
- Para o rolamento sem deslizamento há três condições:

- I. Velocidade do ponto de contato é nula
- II. Para um rolamento de θ , o CM desloca-se de $R\theta$
- III. Por consequência, $v_{CM} = \omega R$

Velocidade vetorial de um ponto

- Considere um corpo rígido, com velocidade de translação e rotação não nulas ($v_{CM} \neq 0$ e $\omega \neq 0$). Um ponto P qualquer no corpo possui velocidade descrita por:

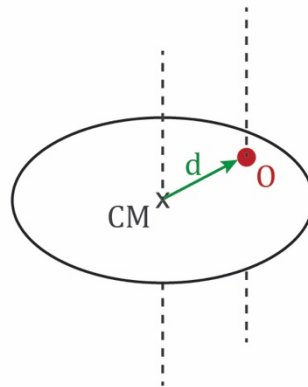
$$v_P(t) = v_{CM}(t) + \vec{\rho} \times \vec{\omega}(t)$$



Teorema dos Eixos Paralelos

- Considerando um corpo de massa m , pode-se calcular o momento de inércia com relação a um ponto arbitrário O a partir do momento de inércia com relação ao centro de massa:

$$I_0 = I_{CM} + md^2$$



Momento Linear

- Para uma partícula de massa m e velocidade v , define-se:

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

- Consideramos que o vetor Momento Linear se conserva se a força externa resultante atuante na partícula é nula:

$$\frac{d\vec{F}_{ext}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{P} \text{ se conserva}$$

- Além disso, considera-se o vetor Momento Linear TOTAL de um sistema é o mesmo que o momento do Centro de Massa:

$$\vec{P}_{total} = \vec{P}_{CM}$$

Impulso

- Relaciona-se momento linear e força da seguinte maneira:

$$\Delta\vec{P} = \vec{F}\Delta t$$

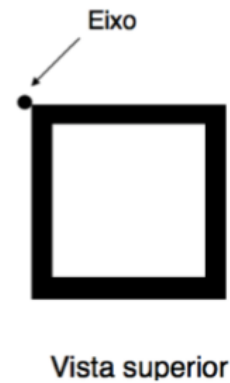
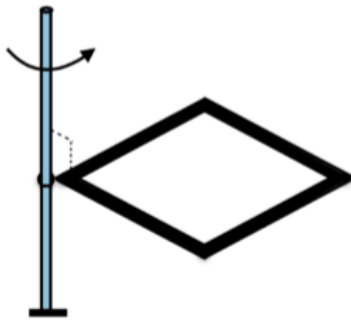


Exercícios

1. Momento de Inércia

P3 - 2016

Um objeto quadrado de massa m é formado de quatro varetas finas idênticas, todas de comprimento L e massa M , amarradas juntas. O objeto é fixado a uma barra, podendo girar em torno dela com velocidade angular ω , como mostrado na figura. O momento de inércia do objeto em relação ao eixo de rotação na figura é:



Escolha uma alternativa:

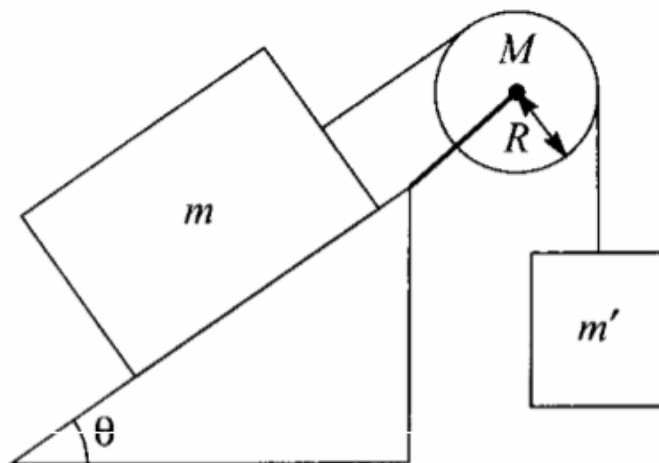
- A. $7 mL^2/12$
- B. $ML^2/12$
- C. $5 mL^2/6$
- D. $ML^2/3$
- E. $mL^2/12$



2. Conservação de energia e Rotação

Moisés, capítulo 12, pág. 285, questão 10

Um bloco de massa m , que pode deslizar com atrito desprezível sobre um plano inclinado de inclinação θ em relação à horizontal, está ligado por um fio, que passa sobre polia de raio R e massa M , a uma massa $m' > m$ suspensa. O sistema é solto em repouso. Calcule, por conservação da energia, a velocidade v de m' após cair uma altura h .





3. Rolamento com e sem escorregamento

Moisés, capítulo 12, pág. 286, questão 17

Uma bola de boliche esférica uniforme é lançada, com velocidade inicial v_0 horizontal e sem rotação inicial, sobre uma cancha horizontal, com coeficiente de atrito cinético, μ_c .

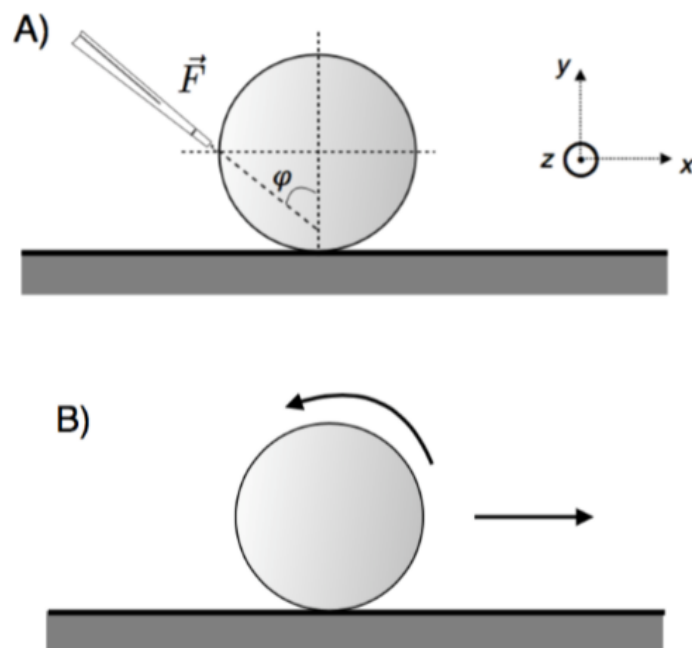
- a. Quanto tempo t depois do lançamento a bola começa a rolar sem deslizar?
- b. Que distancia d a bola percorrerá sobre a prancha até que comece a rolar sem deslizar?
- c. Qual é a velocidade v da bola nesse instante?



4. Impulso e Rotação

P3 - 2016

Durante uma competição de bilhar, Efren Manalang Reyes, um dos melhores jogadores de todos os tempos, atinge a bola com o seu taco como indicado na figura A ($\phi > 45^\circ$). O taco exerce uma força constante \vec{F} (alinhada com o taco como mostra a figura A) durante um intervalo de tempo Δt , produzindo na bola um impulso linear de módulo J . A bola (massa M e raio R) ao ser atingida pelo taco não ricocheteia e move-se em linha reta para a direita, girando como indicado na figura B até um instante t_D medido a partir do início do movimento. A partir desse instante de tempo, a bola começa a deslizar, sem girar, sobre a mesa até o instante t_R , a partir do qual começa a rolar sem deslizar. O coeficiente de atrito entre a bola e a mesa é μ .





- a.** Desenhe o diagrama de forças da bola durante o intervalo de tempo que dura a colisão entre o taco e a bola e escreva explicitamente as forças que agem sobre a bola no sistema de coordenadas da Figura A. Calcule os torques realizados pelas forças em relação ao centro de massa da bola.

- b.** Desprezando a força de atrito apenas durante o contato entre o taco e a bola, determine os vetores velocidade do centro de massa, \vec{v}_0 , e velocidade angular de giro, $\vec{\omega}_0$, com os que a bola inicia o movimento.

- c.** Para um instante t posterior ao contato entre o taco e a bola, adote as condições iniciais calculadas no item (b) e determine os vetores velocidade do centro de massa e velocidade angular da bola como função do tempo t . Determine ainda o instante de tempo t_D .

- d.** Determine a velocidade do centro de massa da bola no instante em que a bola começa a rolar sem deslizar (instante t_R).

**Gabarito**

1. C

$$2. v^2 = \frac{2gh(m' - m \sin\theta)}{m + m' + \frac{M}{2}}$$

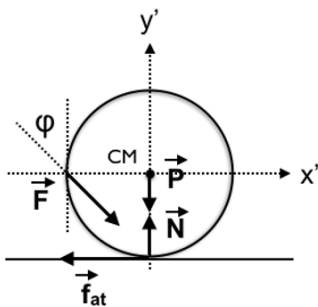
3.

$$a. t = \frac{2v_0}{7\mu cg}$$

$$b. d = \frac{12v_0^2}{49\mu cg}$$

$$c. v = \frac{5}{7}v_0$$

4. a.



$$\vec{P} = -Mg \hat{j}; \quad \vec{\tau}_P = \vec{0}$$

$$\vec{N} = |\vec{N}| \hat{j}; \quad \vec{\tau}_N = \vec{0}$$

$$\vec{f}_{at} = -|f_{at}| \hat{i}; \quad \vec{\tau}_{F_{at}} = -|f_{at}|R \hat{k}$$

$$\vec{F} = |\vec{F}| \sin \varphi \hat{i} - |\vec{F}| \cos \varphi \hat{j}; \quad \vec{\tau}_F = |\vec{F}| \cos \varphi R \hat{k}$$

$$b. \vec{\omega}_0 = \frac{5}{2MR} |\vec{j}| \cos \varphi \hat{k} \text{ e } \vec{v}_0 = \frac{|\vec{j}|}{M} \sin \varphi \hat{i}$$

$$c. \vec{v}_{CM}(t) = \left(\frac{|\vec{j}|}{M} \sin \varphi - \mu g t \right) \hat{i} \text{ e } \vec{\omega}(t) = \frac{5}{2R} \left(\frac{|\vec{j}|}{M} \cos \varphi - \mu g t \right) \hat{k}; \quad t_D = \frac{|\vec{j}|}{\mu M g} \cos \varphi$$

$$d. \vec{v}_{CM}(t_R) = \frac{5|\vec{j}|}{7M} (\sin \varphi - \cos \varphi) \hat{i}$$