www.estudar.com.vc

Álgebra Linear

Sistemas Lineares

Lista de Exercícios

1. Identificação por Determinante

P1 2016 Álgebra Linear I, exercício 5

Seja n um inteiro positivo, A uma matriz real $n\ x\ n$ e Y uma matriz real $n\ x\ 1$. Considere o sistema linear $AX = Y$, em que a matriz de incógnitas reais X é $n\ x\ 1$. Pode-se afirmar que:

A. se o sistema possui solução, então $\det(A) = 0$
B. se o sistema não possui solução, então $\det(A) = 0$
C. se o sistema possui solução, então $\det(A) \neq 0$
D. se $\det(A) = 0$, então o sistema não possui solução
E. se $\det(A) = 0$, então o sistema possui infinitas soluções

2. Identificação por Determinante

P1 2017 Álgebra Linear I, exercício 10

Sejam dados os vetores $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{v_3} \in V^3$ e uma base $\mathcal{B}$ de V^3. Considere o sistema linear

$$A\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

nas incógnitas reais x_1, x_2 e x_3, em que A é a matriz $3x3$ cujas colunas são $[\overrightarrow{v_1}]_{\mathcal{B}}$, $[\overrightarrow{v_2}]_{\mathcal{B}}$ e $[\overrightarrow{v_3}]_{\mathcal{B}}$ e b_1, b_2 e b_3 são números reais dados. Considere também as seguintes afirmações:

I. Se os vetores $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$ e $\overrightarrow{v_3}$ forem linearmente independentes, então esse sistema linear possuirá solução;
II. Se os vetores $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$ e $\overrightarrow{v_3}$ forem linearmente independentes, então esse sistema linear possuirá solução se, e somente se, $b_1 = b_2 = b_3 = 0$;

III. Se os vetores $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$ e $\overrightarrow{v_3}$ forem linearmente dependentes, então esse sistema linear possuirá infinitas soluções.

Assinale a alternativa correta:

A. apenas a afirmação I. é necessariamente verdadeira
B. apenas a afirmação III. é necessariamente verdadeira
C. apenas a afirmação II. é necessariamente verdadeira
D. apenas as afirmações I. e III. são necessariamente verdadeiras
E. apenas as afirmações II. e III. são necessariamente verdadeiras

3. Identificação por Determinante

P1 2017 Álgebra Linear I, exercício 13

Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere o sistema linear

$$\begin{cases} x + ay + z = a, \\ x + y + z = 1, \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$$

nas incógnitas reais x, y e z. Temos que esse sistema possuirá uma única solução se, e somente se:

A. $a \neq 1$
B. $a = 0$
C. $a \neq 0$
D. $0 < a < 1$
E. $a = 1$

4. Identificação por Determinante

P1 2015 Álgebra Linear I, exercício 5

Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}$ e considere o sistema linear:

$$\begin{cases} x - y + z = 2b, \\ x + ay - z = c, \\ -x + y + az = 1, \end{cases}$$

nas incógnitas reais x, y e z. Assinale a alternativa correta:

A. o sistema possui infinitas soluções se, e somente se, $a = -1$ e $b = -\frac{1}{2}$

B. o sistema possui uma única solução se, e somente se, $a = -1$ e $b \neq -\frac{1}{2}$

C. o sistema possui uma única solução se, e somente se, $a = -1$ e $b = -\frac{1}{2}$

D. o sistema não possui solução se, e somente se, $a \neq -1$ e $c = 2$

E. o sistema não possui solução se, e somente se, $a \neq -1$ e $b = -\frac{1}{2}$

5. Resolução por Escalonamento

P1 2014 Álgebra Linear I, exercício 8

Sejam $m, n \in \mathbb{R}$. Considere as afirmações abaixo acerca do sistema

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + mx_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + nx_3 = 0 \\ mx_1 + nx_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

I. Se $n \neq m$, então o sistema tem uma única solução.

II. Se $n = m$ e $m \neq 1$, então o número de variáveis livres do sistema é 1.

III. Se $n = m$ e $m \neq -1$, então o número de variáveis livres do sistema é 2.

Está correto o que se afirma em:

A. I. apenas
B. II. apenas
C. I. e II. apenas
D. I., II. e III.
E. I. e III. apenas

6. Sistemas Lineares

P1 2014 Álgebra Linear I, exercício 5

Seja A uma matriz $p \text{ x } n$ e seja B uma matriz $p \text{ x } 1$. Considere as seguintes afirmações sobre o sistema linear $AX = B$:

I. Se $p > n$ e $B \neq 0$, então o sistema é impossível.
II. Se $p < n$ e $B = 0$, então o sistema é possível indeterminado.
III. Se $p = n$ e $B \neq 0$, então o sistema é possível determinado.

Está correto o que se afirma em:

A. I. e II. apenas
B. I. e III. apenas
C. I., II. e III.
D. II. apenas
E. II. e III. apenas

7. Sistemas Lineares

P1 2017 Álgebra Linear I, exercício 11

Sejam m e n inteiros positivos, A uma matriz real $m \times n$ e B uma matriz real $m \times 1$. Considere o sistema linear $AX = B$, em que a matriz de incógnitas reais X é $n \times 1$. Considere também as seguintes afirmações:

I. Se $m = n$ e $\det(A) = 0$, então esse sistema possuirá infinitas soluções;
II. Se $m = n$ e $\det(A) \neq 0$, então a única solução desse sistema será $x = A^{-1}B$;
III. Se $m > n$, $B = 0$ e uma linha de A for combinação linear das outras linhas de A, então esse sistema possuirá infinitas soluções.

Assinale a alternativa correta:

A. apenas a afirmação II. é necessariamente verdadeira
B. apenas a afirmação I. é necessariamente verdadeira
C. apenas as afirmações I. e II. são necessariamente verdadeiras
D. apenas as afirmações I. e III. são necessariamente verdadeiras
E. apenas as afirmações II. e III. são necessariamente verdadeiras

Gabarito

1. Alternativa B.
2. Alternativa A.
3. Alternativa A.
4. Alternativa A.
5. Alternativa A.
6. Alternativa D.
7. Alternativa A.