www.estudar.com.vc

Física 3

Fórmulas e Exercícios P3

Fórmulas úteis para a P3

A prova de física 3 traz consigo um formulário contendo várias das fórmulas importantes para a resolução da prova. Aqui eu reproduzo algumas que serão úteis para esta prova e para este fuja do nabo! Lembre-se que sempre existe um formulário salvador ao fim da prova de física, contudo!

Lei de Faraday (forma integral)

$$\varepsilon = \oint \vec{E}.d\vec{l} = -\frac{d\int \vec{B}.d\vec{A}}{dt} = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

Lei de Faraday (forma diferencial)

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

Lei de Ampère-Maxwell (forma integral)

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\int \vec{E}.d\vec{A}$$

Vetor de Poynting

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$$

Intensidade do vetor de Poynting

$$I = < S > = \frac{E_m B_m}{2\mu_0}$$

Indutância

$$L = \frac{\phi_m}{I}$$

Tensão no indutor:

$$v_l = L\frac{dI}{dt}$$

Tensão em um capacitor em função da carga armazenada

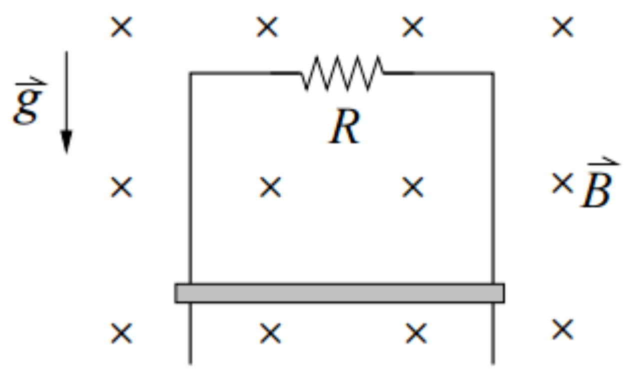
$$v_c = \frac{Q}{C}$$

Exercícios

1. Lei de Faraday

P3 de 2013 – Questão 2

A barra condutora de comprimento *l* e massa *m* cai no campo gravitacional escorregando sem atrito sobre um fio condutor na forma de um U ligado a um resistor de resistência *R*, conforme a figura. O conjunto forma um circuito na vertical que se encontra na presença de um campo magnético uniforme *B* na direção perpendicular ao plano do circuito.



a. Qual é o sentido da corrente induzida no circuito? Justifique

b. Calcule a f.e.m. induzida no circuito em termos do módulo v(t) da velocidade instantânea da barra na direção vertical.

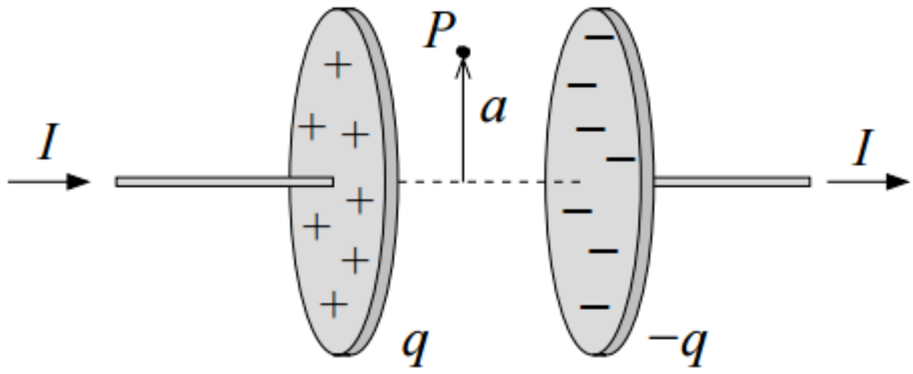
c. Determine a velocidade terminal v_{term} da barra e a corrente I_{term} que passa no circuito quando ela se encontra nesta velocidade.

d. Calcule a potência dissipada pelo sistema na situação do item (c) e mostre que ela é igual à potência fornecida ao sistema pelo campo gravitacional.

2. Lei de Faraday e corrente de deslocamento

P3 de 2016 – Questão 2

a. Um capacitor de placas paralelas circulares, no vácuo, está sendo carregado, como indica a figura abaixo. As placas têm raio R e a corrente de condução nos fios no instante t é igual I(t).



Calcule o campo magnético no ponto P a uma distância a < R do eixo do capacitor, conforme a figura. <u>Dado</u>: o campo elétrico dentro do capacitor é E =σ/ε_0, onde σ é a densidade superficial de carga.

b. O campo elétrico de uma onda que se propaga no vácuo é dado por $\vec{E} = E_0 e^{-\alpha(x-ct)^2}\hat{\jmath}$, onde a constante α > 0. Use a lei de Faraday, $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, para calcular o campo vetorial $\vec{B}$ desta onda.

3. Indutância

P3 de 2016 – Questão 1

Considere um sistema composto por um fio retilíneo infinito e uma espira quadrada de lado a. O fio, que está colocado ao longo do eixo z de um sistema de referência é percorrido por uma corrente I e gera campo magnético dado por $\vec{B} = \frac{\mu_0 I \hat{\Phi}}{2\pi r}$, onde r é a distância até o fio.

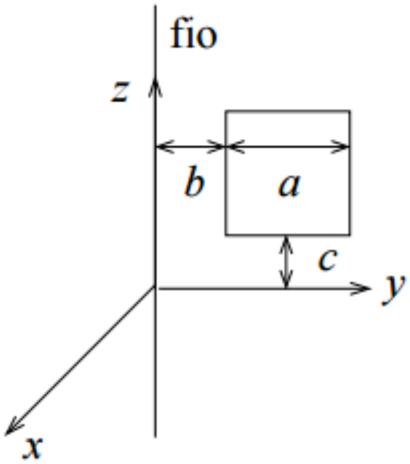


FIG. 1

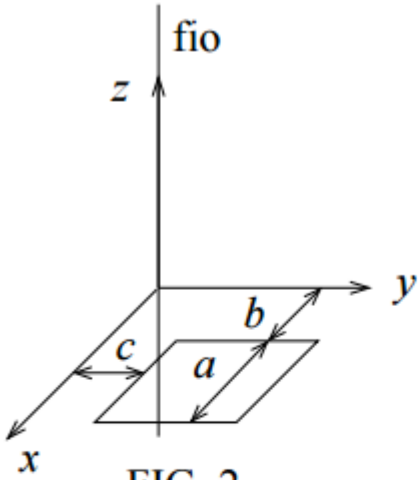


FIG. 2

a. Calcule a indutância mútua entre o fio e a espira quando ela está colocada no plano yz, conforme a figura 1.

b. Calcule a indutância mútua entre o fio e a espira quando ela está colocada no plano xy, conforme a figura 2.

c. Suponha, agora, que a espira tem resistência R e que a corrente no fio varia no tempo como $I(t) = \alpha t^2$, onde α é uma constante positiva. Com a espira na posição indicada na figura 1, calcule a corrente induzida na espira. Esta corrente circula a espira no sentido horário ou anti-horário? Justifique sua resposta.

4. Autoindutância

P3 de 2014 – Questão 3

Um solenoide longo de comprimento h e raio R (h >> R) tem um enrolamento com N espiras. O módulo do campo no interior do solenoide é $B = \mu_0 NI/h$.

- **a.** Calcule a autoindutância do solenoide.
- **b.** Repita o cálculo do item (a) para o caso em que o solenoide está preenchido com um material de suscetibilidade χ_m.

5. Ondas eletromagnéticas

P3 de 2016 – Questão 3

Uma onda eletromagnética plana monocromática de comprimento de onda λ propaga-se no vácuo no sentido positivo do eixo z. Seu campo elétrico oscila na direção x e sua amplitude assume <u>metade</u> do seu valor máximo E_0 na origem do sistema de coordenadas no instante $t = 0$. Nos itens (a) e (b) abaixo, expresse suas respostas em termos de E_0, c, μ_0 e λ.

- **a.** Escreva as expressões dos vetores campo elétrico e campo magnético associados a esta onda.
- **b.** Calcule o vetor de Poynting.
- **c.** No instante $t = 0$, um elétron de carga q_e está passando pela origem do sistema de coordenadas com velocidade $c/2$, na direção e sentido do eixo z. Calcule o vetor força que age sobre o elétron em $t = 0$ devido a essa onda.

6. Ondas eletromagnéticas

P3 de 2016 – Questão 4

Um feixe de luz laser monocromático incide normalmente sobre uma placa que absorve totalmente a radiação. O feixe tem intensidade I e seção reta circular de raio R.

- **a.** Calcule a amplitude do campo <u>magnético</u> do feixe.

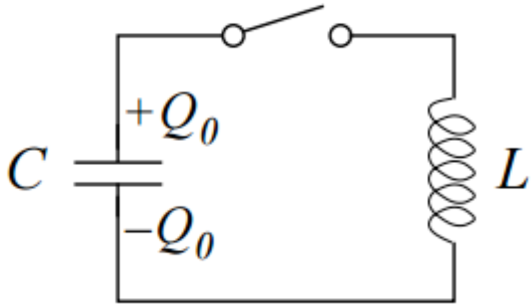
b. Calcule a energia média absorvida pela placa no intervalo de tempo T.

c. Calcule a energia eletromagnética média contida num comprimento L do feixe.

7. Circuito LC e indutância.

P3 de 2013 – Questão 4

Considere o circuito LC abaixo com cargas $+Q_0$ e $-Q_0$ nas placas do capacitor. A chave é fechada no instante $t = 0$.



a. Escreva a equação diferencial da carga *Q(t)* na placa superior do capacitor. Explicite a condição inicial para *Q(t)*.

b. Determine a carga *Q(t)* na placa superior e a corrente *I(t)* no circuito para $t > 0$ e que satisfazem as condições iniciais.

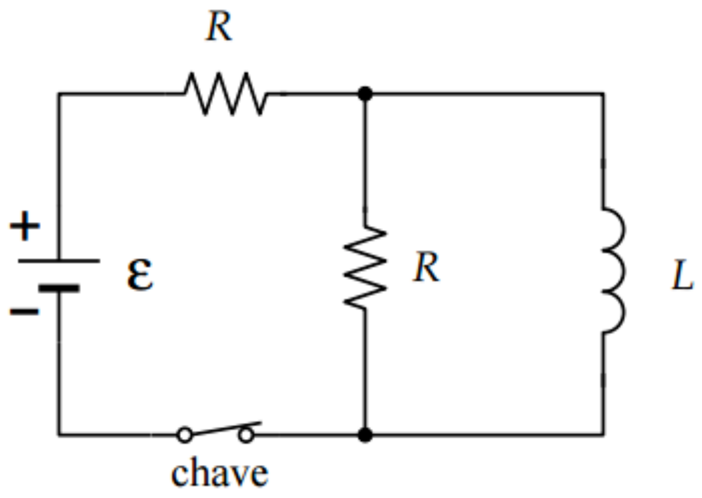
c. O indutor é formado por um solenoide muito longo de comprimento *l* e diâmetro *2a* com N voltas de fio uniformemente enroladas em um núcleo de plástico (a permeabilidade do plástico é igual à do vácuo). Calcule a indutância.

d. Qual é a nova frequência angular ω' de oscilação se o núcleo de plástico for substituído por um núcleo de ferro com permeabilidade $100\mu_0$? Expresse a sua resposta em termos da frequência angular ω do circuito com o solenoide com núcleo de plástico.

8. Circuito com indutor e um pouco de circuitos elétricos

P3 de 2014 – Questão 4

O circuito abaixo ficou durante um tempo muito longo com a chave fechada. No instante t = 0, a chave é aberta.



a. Determine o valor da corrente I_0 através do indutor no instante $t = 0$ em que a chave é aberta.

<u>Se você não resolver o item (a) deixe os itens (b) e (c) em função de I_0.</u>

b. Obtenha a equação diferencial para a corrente $I(t)$ através do indutor para $t > 0$ e determine a solução satisfazendo a condição inicial $I(0) = I_0$.

c. Determine a energia total dissipada por efeito Joule no resistor para $t > 0$.

Gabarito

1.

a. Pela lei de Lenz, a corrente tem o sentido anti-horário.

b. $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(Blz)}{dt} = Bvl$

c. $I_{term} = \frac{mg}{Bl}$

d. Potência no resistor: $P_{diss} = R(I_{term})^2 = R(\frac{mg}{Bl})^2$

Potência fornecida pela gravidade: $P_{grav}=mgv_{term}=mg*mRg/B^2l^2$

$= R\ (mg/Bl)^2 = P_{diss}$.

2.

a. $B = \mu_0 aI/2\pi R^2$

b. $\vec{B} = \frac{E_0}{c} e^{-\alpha(x-ct)^2}\hat{k}$

3.

a. $M = \frac{\mu_0 a}{2\pi} ln\left(\frac{a+b}{b}\right)$

b. Quando a espira está no plano xy o fluxo magnético é nulo porque o campo magnético é perpendicular ao vetor área. Portanto, <u>a indutância mútua é nula</u>.

c. $I_{ind} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{M}{R}\frac{dI}{dt} \ln\left(\frac{a+b}{b}\right)$, sentido anti-horário, pela lei de Lenz.

4.

a. $L = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2}{h}$

b. $L = (1 + \chi_m)\ \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2}{h}$

5.

a. $\vec{E} = E_0 \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z-ct) + \frac{\pi}{3}\right]\hat{\imath}$ e $\vec{B} = \frac{\hat{k}\times\vec{E}}{c} = \frac{E_0}{c}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z-ct) + \frac{\pi}{3}\right]\hat{\jmath}$

b. $\vec{S} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0} = \frac{{E_0}^2}{c\mu_0} cos^2\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z-ct) + \frac{\pi}{3}\right]\hat{k}$

c. $\vec{F} = \frac{q_e E_0}{2}\hat{\imath} - q_e \frac{c}{2}\frac{E_0}{2c}\hat{\imath} = \frac{q_e E_0}{4}\hat{\imath}$

6.

a. $I = |S| = \left|\frac{EB}{\mu_0}\right| = \frac{c}{\mu_0}|B^2| = \frac{cB_m{}^2}{c\mu_0} \Rightarrow B_m = \sqrt{\frac{2\mu_0 I}{c}}$

b. $E = I\pi R^2 T$

c. $E = |u|L\pi R^2 = \frac{IL\pi R^2}{c}$

7.

a. Como a tensão que cai no capacitor e no indutor é a mesma. Portanto:

$$L\frac{dI}{dt} = \frac{Q}{C} => -L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

Lembrando que $I = -\frac{dQ}{dt}$ e fazendo $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ obtemos:

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \omega^2 Q = 0 \text{ com condição inicial } Q(0) = Q_0.$$

b. A solução da EDO do item anterior é do tipo Q(t) = A cos(ωt) + B sen(ωt). Usando as condições iniciais e derivando Q em relação a t para descobrir I temos:

$$Q(t) = Q_0 \cos(\omega t) \;\; e \;\; I(t) = -Q_0 \omega sen(\omega t)$$

c. $\phi_m = B.\pi a^2 N \;\; e \;\; B = \frac{\mu_0 NI}{l} \Rightarrow L = \frac{\phi_m}{I} = \frac{\mu_0 N^2 \pi a^2}{l}$

d. $\omega' = \sqrt{\frac{1}{L'C}} = \sqrt{\frac{l}{100\mu_0 N^2 \pi a^2 C}} \Rightarrow \omega' = \frac{\omega}{10}$

8.

a. O indutor só apresenta resistência quando há mudanças no valor da corrente que passa por ele. No regime estacionário, então, ele age como um curto circuito! A corrente que passa no circuito, de acordo com a lei de Ohm é:

$$I(0) = I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

b. Para t > 0 temos um circuito RL sem bateria. Portanto montamos a equação do circuito:

$$RI(t) + L\frac{dI(t)}{dt} = 0 \Rightarrow I(t) + \frac{L}{R}\frac{dI(t)}{dt} = 0$$

A função que é resposta a essa equação é:

$$I(t) = A\, e^{-\frac{R}{L}t}$$

Aplicando a condição inicial do item (a) de que $I(0) = I_0$, chegamos à resposta final:

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

c. A energia é totalmente dissipada no resistor. A energia é, portanto, a integral da potência no tempo:

$$Energia = \int_0^{\infty} RI(t)^2 dt = \int_0^{\infty} RI_0^2 e^{-2\frac{R}{L}t}\ dt = \left[\frac{RI_0^2 e^{-2\frac{R}{L}t}}{-\frac{2R}{L}}\right]_0^{\infty} = \frac{1}{2} L I_0^2$$