estudar.com.vc

Física

Resumo Eletromagnetismo

Cargas Elétricas

Distribuição Contínua de Cargas

1. Linear

$$Q = \int dq = \int \lambda \, dl$$

2. Superficial

$$Q = \iint dq = \iint \sigma . dA$$

3. Volumétrica

$$Q = \iiint dq = \iiint \rho \, . dV$$

Força Elétrica

Duas formas de calcular:

1. Módulo + Direção pelas propriedades das cargas

$$|F| = \frac{k \, |q_1||q_2|}{r^2} = \frac{|q_1||q_2|}{4 \, \pi \, \varepsilon \, r^2}$$

2. Sem módulo + Direção dada por $\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$

$\vec{r_2}$: vetor da origem até a carga que sofre a força

$\vec{r_1}$: vetor da rigem até a carga que exerce a força

$$\overrightarrow{F_{21}} = \frac{k \, q_1 q_2 \hat{r}}{r^2} = \frac{k \, q_1 q_2 \vec{r}}{r^3}$$

Princípio da Superposição: "*A força resultante em uma carga é a soma VETORIAL das forças exercidas sobre ela*"

Campo Elétrico

Linhas de campo elétrico

Definição

$$\vec{E} = \frac{kq\hat{r}}{r^2} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

q: carga que exerce a força

q_0: carga de prova; carga que sofre a ação da força

r: distância entre o ponto em que se quer achar o campo e a carga

Princípio de Superposição

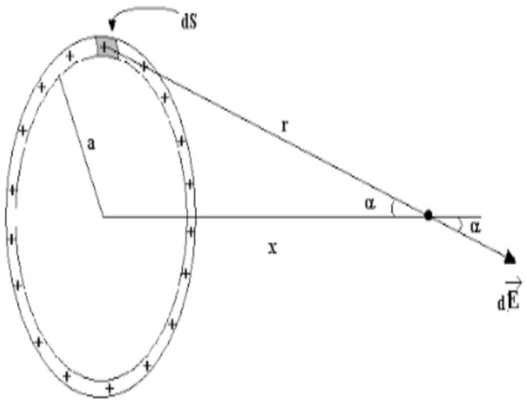
"O campo resultante em uma carga de prova ou em um ponto é dado pela soma VETORIAL dos campos gerados pelas cargas ao seu redor. "

Cálculo do campo para distribuições contínuas de carga

$$E = \int \frac{kdq}{r^2} = \int \frac{dq}{r^2 4\pi\epsilon_0}$$

Exemplos mais comuns em prova:

1) Campo elétrico gerado por um anel



$$E = \int \frac{kdq}{r^2} = \int \frac{\lambda . ds}{r^2 4\pi\epsilon_0}$$

Mas, por simetria, só sobra a componente horizontal. Logo:

$$E = E_x = \int \frac{\lambda . ds}{r^2 4\pi\epsilon_0} . \cos\alpha = \int \frac{\lambda . ds}{r^2 4\pi\epsilon_0} . \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Substituindo $r = \sqrt{a^2 + x^2}$, temos:

$$E_x = \frac{x}{(a^2+x^2)^{3/2}} . \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi a} ds = \frac{x}{(a^2+x^2)^{3/2}} . \frac{\lambda a}{2\epsilon_0} \rightarrow \vec{E} = \frac{x}{(a^2+x^2)^{3/2}} . \frac{\lambda a}{2\epsilon_0} \hat{x}$$

2) Campo elétrico gerado por um disco

Basta integrar, ao longo do raio, o campo gerado pelo anel! :)

Assim, temos:

$$E_{anel} = \frac{x}{(r^2 + x^2)^{3/2}} . \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \rightarrow E_{disco} = \int \frac{x}{(r^2 + x^2)^{3/2}} . \frac{dq}{4\pi\epsilon_0}$$

Temos que escrever a integral em função do raio!

Note que

$$dq = \sigma . dA$$

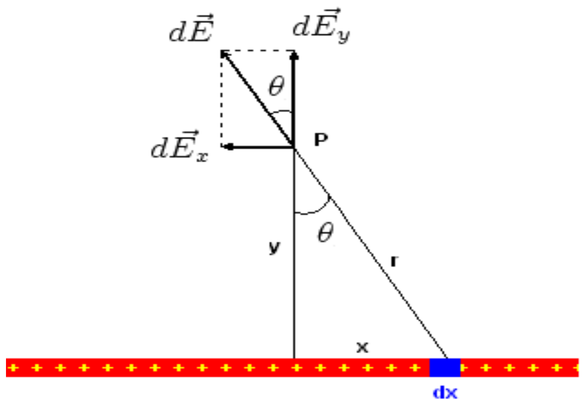
Além disso,

$$2\pi r . dr = dA$$

Portanto,

$$E = \int_0^a \frac{x}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \frac{\sigma r . dr}{2\epsilon_0} = E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} . \left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}\right]$$

3) Campo elétrico gerado por uma barra no eixo que passa pelo seu centro



$$E = \int \frac{kdq}{r^2} = \int \frac{\lambda . dx}{r^2 4\pi\epsilon_0}$$

Mas, por simetria, só sobra a componente vertical, logo:

$$E = E_y = \int \frac{\lambda . dx}{r 4\pi\epsilon_0} . \cos\theta = \int \frac{\lambda . dx}{r^2 4\pi\epsilon_0} . \frac{y}{\sqrt{y^2 + x^2}}$$

Substituindo $r = \sqrt{y^2 + x^2}$,

$$E = \frac{y.\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(y^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda L}{2\pi\epsilon_0 y\sqrt{L^2 + 4y^2}} \hat{y}$$

Fluxo Elétrico

<u>Definição</u>

Mede o quanto do campo elétrico atravessa determinada área

$$\emptyset_e = \int_{superfície} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA}$$

$\overrightarrow{\mathrm{dA}}$: vetor de área, PERPENDICULAR à superfície

**Detalhe Importante*: O fluxo positivo é aquele que SAI da superfície

Lei de Gauss

A Lei de Gauss é a lei que relaciona o fluxo elétrico em uma superfície fechada com a carga DENTRO dela.

$$\emptyset_e = \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

<u>Utilidade</u>

Cálculo do campo elétrico gerado por simetrias CILÍNDRICAS E ESFÉRICAS.

<u>Como utilizar?</u>

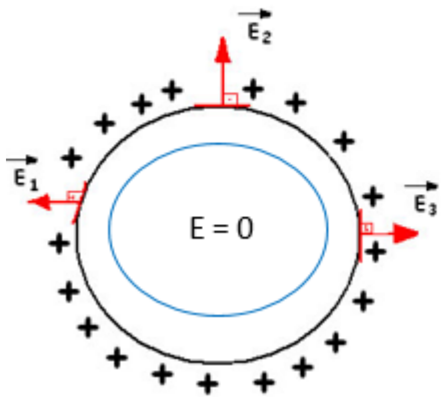
Para aplicar essa Lei é preciso escolher uma superfície fechada (ex: esfera ou cilindro), mais conhecida como superfície Gaussiana, que envolva total ou parcialmente (geometrias infinitas) a geometria que está gerando o campo elétrico.

As geometrias mais frequentes em prova são:

1. Esfera, Casca Esférica: Gaussiana Esférica
2. Plano Infinito, Fio Infinito: Gaussiana Cilíndrica

<u>Caso específico: Condutores em equilíbrio</u>

Nos condutores a carga se concentra na superfície do material. Ou seja, se quisermos calcular o campo elétrico através de uma superfície contida nesse condutor, a carga interna será nula e, portanto, pela Lei de Gauss, o campo também.



Entretanto, através de uma superfície fora do condutor, a carga interna será a carga total e o campo não será nulo.

Observação para a MAIORIA das questões de Lei de Gauss

1. $\vec{E}$ *será constante na superfície Gaussiana utilizada*
2. $\vec{E}$ *será paralelo ao vetor área*

$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \oint E.\ dA = E \oint dA = \mathrm{E.A}$$

Energia Potencial Eletrostática

Força eletrostática

- É uma força conservativa, logo:
    1. O trabalho por ela exercido independe do caminho
    2. Em um caminho fechado, o trabalho é nulo

Definição

O trabalho que a força eletrostática exerce sobre uma carga para levá-la de um ponto A para um ponto B é dado por:

$$\Delta U = U_b - U_a = -W_{ab}$$

Outra forma de calcular este trabalho é:

$$W_{ab} = \int_A^B \vec{F} \cdot \overrightarrow{dl} = q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl}$$

Para calcular a energia potencial em um único ponto, utiliza-se $U_b = U_\infty = 0$. Assim, a energia potencial em um único ponto é dada por:

$$U_a = \frac{q_0 Q}{4\pi\epsilon_0} . \frac{1}{r_a}$$

Cálculo da energia eletrostática

A energia eletrostática de uma configuração de cargas é o trabalho necessário para formar a configuração, isto é, para trazer as cargas do infinito até a posição final delas!

Para trazer a primeira carga, não é necessário nenhum trabalho, já que ela não está submetida a um campo ou a um potencial.

Entretanto, essa primeira carga, uma vez em sua posição final, gera um campo e um potencial. Assim, para trazer as demais cargas, será necessário um trabalho e haverá uma contribuição na energia eletrostática total!

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i,\, j\neq i}^{N} \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}$$

Potencial Eletrostático

Definição:

$$V = \frac{U}{q_0}$$

Partindo da definição, podemos deduzir que o potencial gerado por uma carga pontual é:

$$V_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{1}{r}$$

*Para potenciais elétricos, também vale o princípio da superposição!

Diferença de potencial elétrico:

$$V_B - V_A = [U_b - U_a]/q_0 = -\int_A^b \vec{E}\cdot\vec{dl}$$

Potencial em um único ponto:

$$V_B - V_\infty = -\int_\infty^b \vec{E}\cdot\vec{dl} = \int_b^\infty \vec{E}\cdot\vec{dl} = V_B$$

Caso especial: Condutores Equilibrados = Volume Equipotencial

Já vimos que, num condutor equilibrado, $\vec{E}$ =0. Assim:

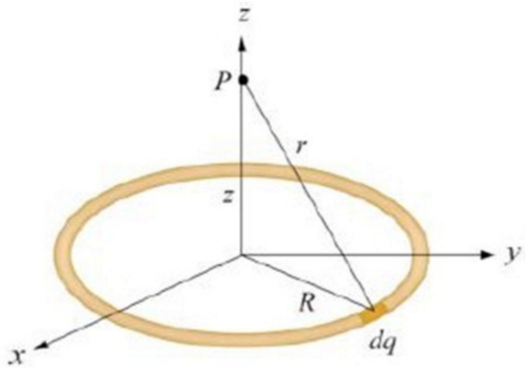
$$V_B - V_A = -\int_A^b 0 \cdot \overrightarrow{dl} = 0 \rightarrow \boldsymbol{V_B} = \boldsymbol{V_A}$$

<u>Potencial gerado por uma distribuição contínua de cargas num ponto P:</u>

$$V_P = \int \frac{dq}{r4\pi\epsilon_0}$$

Exemplos mais comuns em prova: Anel, disco e barra

1) Anel



Sabemos que:

- $r = \sqrt{R^2 + z^2}$
- No anel, r é constante!

$$V_P = \frac{1}{r4\pi\epsilon_0}\int dq = \frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}4\pi\epsilon_0}\int dq = \frac{Q}{\sqrt{R^2+z^2}4\pi\epsilon_0}$$

2) Disco
- Um disco é um anel de raio variável. Ou seja, basta integrar ao longo do raio a expressão que achamos para o anel!

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

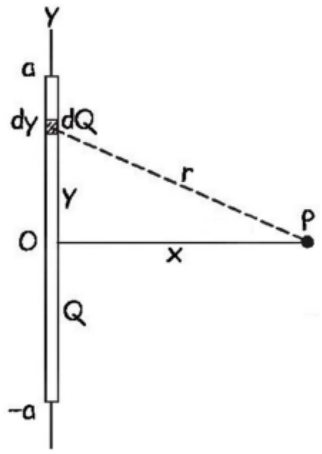
Mas, sabemos que:

$$dq = \sigma dA \quad \text{e} \quad 2\pi r.dr = dA \rightarrow dq = \sigma 2\pi r dr$$

Assim,

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \left[\sqrt{z^2 + R^2} - z\right]$$

3) Barra



Da figura percebemos que: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ e y varia!

Assim,

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Mas, também sabemos que: $dq = \lambda dy$

Portanto,

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-a}^{a} \frac{\lambda dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} log \frac{\sqrt{x^2 + a^2} + a}{\sqrt{x^2 + a^2} - a}$$

<u>Cálculo de $\vec{E}$ partindo da fórmula de V</u>:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right) = -\frac{dV}{dr}\hat{r}$$

<u>Capacitância</u>

Um capacitor é um componente eletrônico que serve principalmente para armazenar energia elétrica em um circuito.

É formado por dois condutores com um isolante entre eles. Os condutores possuem cargas de sinais opostos e módulos iguais, o que gera uma diferença de potencial V.

$$C = \frac{|Q|}{|V|}$$

Cálculo da capacitância:

1. Calcular o campo $\vec{E}$ entre as superfícies, em geral pela Lei de Gauss
2. Calcular V utilizando a expressão:

$$V_B - V_A = -\int_A^b \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

3. Calcular C pela fórmula:

$$C = \frac{|Q|}{|V|}$$

Exemplos mais comuns em prova

Capacitor de placas planas, capacitor cilíndrico e capacitor esférico.

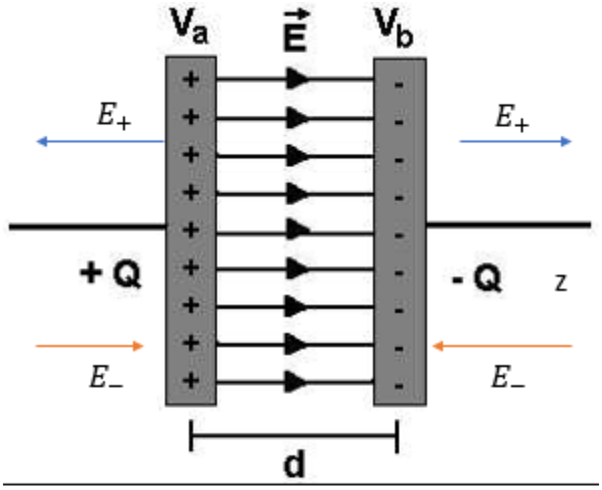
1) Capacitor de placas planas

Pela Lei de Gauss, sabemos que o campo elétrico E gerado por uma placa infinita é dado por:

$$|E| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

O capacitor é formado por duas placas de forma que: $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{k}$

*Observação: fora do capacitor, o campo gerado pelas placas se anula!



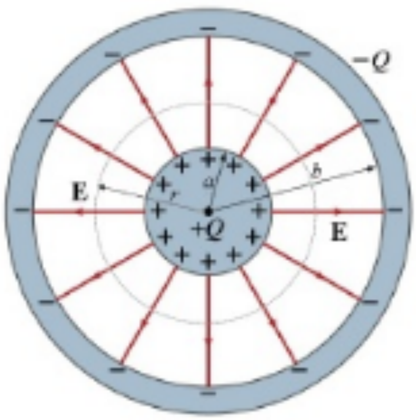
- Calculando o potencial, temos:

$$V_B - V_A = -\int_A^b \vec{E}\cdot\vec{dl} \rightarrow V_d - V_0 = -\int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{k}\cdot dl\,\hat{k} = -\frac{d\sigma}{\epsilon_0}$$

- Aplicando a fórmula da capacitância com $Q = \sigma . A$

$$C = \frac{|Q|}{|V|} = \frac{Q\epsilon_0}{d\sigma} = \frac{\sigma A\epsilon_0}{d\sigma} = \frac{A\epsilon_0}{d}$$

2) Capacitor Esférico



Pela Lei de Gauss, temos que:

$$\vec{E} = \frac{Q\hat{r}}{4\pi r^2\epsilon_0}$$

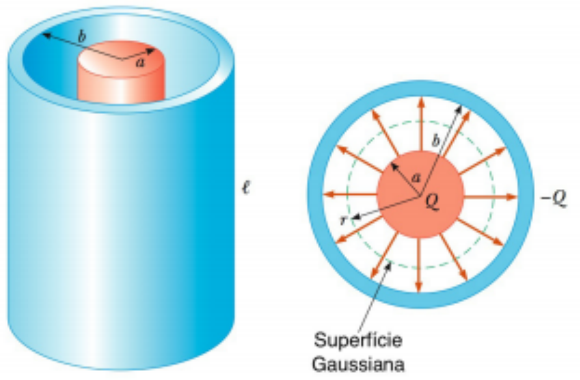
Calculando o potencial, temos que:

$$V_a - V_b = \int_a^b \frac{Q\hat{r}}{4\pi r^2\epsilon_0}\cdot dr\,\hat{r} = \frac{Q(b-a)}{4\pi\epsilon_0 ab}$$

Falta só aplicar a fórmula da capacitância:

$$C = \frac{|Q|}{|V|} = \frac{Q}{\frac{Q(b-a)}{4\pi\epsilon_0 ab}} = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{\mathrm{b} - \mathrm{a}}$$

3) Capacitor Cilíndrico



Capacitor cilńdrico. (Serway)

Pela Lei de Gauss, temos:

$$\vec{E} = \frac{\mathrm{Q}}{\epsilon_0 2\pi r L}\hat{r}$$

Calculando o potencial, temos que:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \frac{\mathrm{Q}}{\epsilon_0 2\pi r L}\hat{r} \cdot dr\,\hat{r} \;\; = -\frac{\mathrm{Q}}{\epsilon_0 2\pi L}\ln\frac{b}{a}$$

Por fim, aplicando a fórmula da capacitância:

$$C = \frac{|Q|}{|V|} = \frac{Q}{\frac{\mathrm{Q}}{\epsilon_0 2\pi L}\ln\frac{b}{a}} = \frac{\epsilon_0 2\pi L}{\ln\frac{b}{a}}$$

Energia armazenada em um capacitor

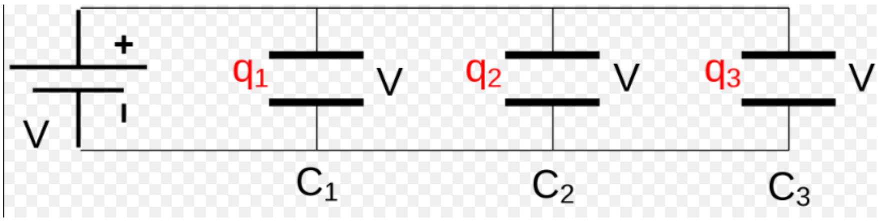
$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CV^2}{2} = \frac{QV}{2}$$

Densidade de Energia num capacitor de placas paralelas

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

Associação de capacitores

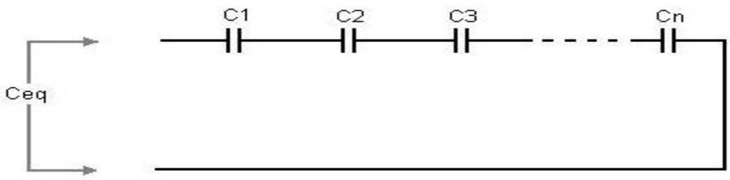
1) Em paralelo:



$$Q_{eq} = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

2) Em série:



$$Q_{eq} = Q$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

<u>Materiais dielétricos</u>

Materiais dielétricos são materiais isolantes que podem estar entre as placas do capacitor.

O que muda? $\boldsymbol{\epsilon_0}$ vira $\mathbf{K\epsilon_0}$**,** sendo K a constante dielétrica do material.