



www.estudar.com.br

P1 2016 Poli USP
Resolução
Exercício 2 Continuidade
Explicação





2. Para que a função

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 + 2x - 3|}{x - 1}, & \text{se } x < 1 \\ x + k, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

seja contínua em \mathbb{R} o valor constante k deve ser:

Escolha uma alternativa:

- a. -7
- b. 1
- c. 3
- d. -1
- e. -5

Para que uma função seja contínua em um ponto x_0 , precisamos que:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

Como podemos observar no enunciado, ambas as funções da chave são contínuas **em todo seu domínio**.

Portanto, o único ponto em que $f(x)$ possa vir a ser descontínua é o ponto $x_0 = 1$, no qual há funções diferentes tendendo para esse valor.

Então, para a função ser contínua nesse ponto, precisamos que:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 + 2x - 3|}{x - 1} = f(1) = 1 + k$$

Por **Bhaskara**, sabemos que:



$$x^2 + 2x - 3 = (x - 1) \cdot (x + 3)$$

Então, podemos substituir no limite e, assim:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 + 2x - 3|}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|(x - 1) \cdot (x + 3)|}{x - 1}$$

Pela condição do enunciado, só usamos

$$f(x) = \frac{|x^2 + 2x - 3|}{x - 1}$$

quando $x < 1$, então, o limite que estamos calculando só é relevante quando x tende a 1^- , já que estamos nos aproximando pelo lado **esquerdo** do gráfico.

Pelo lado direito, a função se aproxima de 1 por meio de outra expressão. Então, temos que, nessa situação,

$$(x - 1) < 0$$

$$(x + 3) > 0$$

Ao retirar a função do módulo no numerador, ela sairá com **sinal negativo**:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|(x - 1) \cdot (x + 3)|}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} - \frac{(x - 1) \cdot (x + 3)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} - (x + 3) = -4$$

Portanto, teremos que:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 + 2x - 3|}{x - 1} = -4 = 1 + k$$

E,



$$k = -5$$

Resposta esperada: E.