estudar.com.vc

Econometria

Regressão Linear Simples

Lista de Exercícios 1

1.

Estamos interessados em saber como a área construída afeta o preço dos apartamentos, o modelo proposto foi:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

Onde,
y_i é o preço dos apartamentos (em milhares de reais);
x_i área construída (em metros quadrados);
ε_i é um termo de erro aleatório;
$\varepsilon_i \sim N(0; \sigma^2)$.

Variável Dependente: Preço
Método: MQO
Número de Observações: 100

Variável	Coeficiente	Erro Padrão	t-obs
Constante	226,72	45,59	4,97
Área	5,08	0,48	10,45

R-quadrado	0,86	Média da Var. Dependente	645,08
E.P da Regressão	95,11	Desvio Padrão var. dependente	251,82
SSR	988.019,34		

a. Com base nesta tabela, escreva o modelo na forma usual
b. Interprete a estimativa $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$
c. Interprete o grau de ajuste do modelo (R^2)
d. Comente sobre as propriedades dos estimadores

2.

Vamos analisar o salário dos CEOs (anual em milhares de dólares) em função da permanência no cargo. Para isso, foi proposto o seguinte modelo:

$$ln(y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

Onde,
y_i salário dos CEOs;

x_i tempo de permanência no cargo;
ε_i é um termo de erro aleatório;
$\varepsilon_i \sim N(0;\sigma^2)$.

O modelo estimado segue abaixo:

Dependent Variable: Ln(Salario)
Method: Least Squares

Sample: 1 177
Included observations: 177

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6.505498	0.067991	95.68165	0.0000
Permanência	0.009724	0.006364	1.527798	0.1284

R-squared	0.013163	Mean dependent var	6.582848
S.E. of regression	0.603775	S.D. dependent var	0.606059
Sum squared resid	63.79531		

a) Com base nesta tabela, escreva o modelo na forma usual
b) Interprete a estimativa $\hat{\beta}_1$
c) Interprete o grau de ajuste do modelo (R^2)
d) Comente sobre as propriedades dos estimadores

3.

Para analisar como as despesas totais têm influência nas despesas com alimentação, foi proposto o seguinte modelo:

$$Desp\_Alimentação_i = \beta_0 + \beta_1 ln(Desp\_Totais_i) + \varepsilon_i$$

Onde,
$Desp\_Alimentação_i$ é a despesa com alimentação da família $\boldsymbol{i}$;
$Desp\_Totais_i$ despesas totais da família $\boldsymbol{i}$
ε_i é um termo de erro aleatório;
$\varepsilon_i \sim N(0;\sigma^2)$.

Dependent Variable: DESPALIM
Method: Least Squares
Date: 02/22/16 Time: 14:22
Sample: 1 50
Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-2179.851	464.6282	-4.691604	0.0000
LOG(DESPTOTAL)	383.9254	65.31011	5.878499	0.0000

R-squared	0.418582	Mean dependent var	550.4700
Adjusted R-squared	0.406469	S.D. dependent var	115.0878
S.E. of regression	88.66475	Akaike info criterion	11.84678
Sum squared resid	377349.0	Schwarz criterion	11.92326
Log likelihood	-294.1695	Hannan-Quinn criter.	11.87590
F-statistic	34.55675	Durbin-Watson stat	2.385987
Prob(F-statistic)	0.000000		

a. Com base nesta tabela, escreva o modelo na forma usual
b. Interprete a estimativa $\hat{\beta}_1$
c. Interprete o grau de ajuste do modelo (R^2)
d. Comente sobre as propriedades dos estimadores

4.

Para analisar como o preço tem influência na quantidade vendida de um determinado bem, foi proposto o seguinte modelo:

$$Ln(Quantidade\_Vendida)_i = \beta_0 + \beta_1 ln(Preço_i) + \varepsilon_i$$

Onde,
ε_i é um termo de erro aleatório;
$\varepsilon_i \sim N(0; \sigma^2)$.

Variável Dependente: Ln(Quantidade_Vendida)
Método: MQO
Número de Observações: 16

Variável	Coeficiente	Erro Padrão	t-obs
Constante	10,46	0,347849	30,08
Ln(Preço)	-1,49	0,307297	-4,53

R-quadrado	0, 594694	Média da Var. Dependente	8,9
E.P da Regressão	0,2022	Desvio Padrão var. dependente	0,3068
SSR	0,572535		

a. Com base nesta tabela, escreva o modelo na forma usual.

b. Interprete a estimativa $\hat{\beta}_1$

c. Interprete o grau de ajuste do modelo (R^2)

d. Comente sobre as propriedades dos estimadores

5.

Para estudar o comportamento das notas de um determinado curso, foi proposto o seguinte modelo:

$$y_i = \beta_0 + \varepsilon_i$$

Onde,

y_i é a nota do aluno i;

β_0 é a nota média da sala;

ε_i é um termo de erro aleatório do aluno i;

Sabemos que $\varepsilon_i \sim N(0; \sigma^2)$.

Ou seja, a nota de cada aluno $\boldsymbol{i}$ é composta pela no nota média da sala $\boldsymbol{\beta_0}$ mais um termo de erro aleatório $\boldsymbol{\varepsilon_i}$ (que é o que diferencia a nota de cada aluno perante a média da sala $\boldsymbol{\beta_0}$).

a. Encontre o estimador de mínimos quadrados ordinários para o parâmetro $\boldsymbol{\beta_0}$;

b. Das 6 suposições do modelo de regressão linear simples (RLS), quais você identifica no enunciado?

c. Calcule a média de $\boldsymbol{\hat{\beta}_0}$, ou seja, $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\hat{\beta}_0})$, e verifique se este estimador é não viesado

d. Calcule a variância de $\boldsymbol{\hat{\beta}_0}$e, ou seja, $\boldsymbol{Var}(\boldsymbol{\hat{\beta}_0})$.

6.

Para estudar o comportamento das notas de um determinado curso, foi proposto um outro modelo:

$$y_i = \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

Onde $\boldsymbol{y_i}$ é a nota do aluno $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{x_i}$ representa o tempo total dedicado àquela disciplina (tempo em sala de aula + tempo de dedicação em casa). Um aluno que não assistiu à nenhuma aula e não se dedicou em casa tem $\boldsymbol{x_i = 0}$ e, nestes casos, em média, o aluno tira nota zero, este é o motivo deste modelo não ter intercepto. E $\boldsymbol{\varepsilon_i}$ é um termo de erro aleatório do aluno $\boldsymbol{i}$.
Sabemos também que $\varepsilon_i \sim N(0;\sigma^2)$.

a. Encontre o estimador de mínimos quadrados ordinários para o parâmetro $\boldsymbol{\beta_1}$.

b. Das 6 suposições do modelo de regressão linear simples (RLS), quais você identifica no enunciado?

c. Calcule a média de $\boldsymbol{\hat{\beta}_1}$, ou seja, $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\hat{\beta}_1})$, e verifique se este estimados é não viesado.

d. Calcule a variância de $\boldsymbol{\hat{\beta}_1}$, ou seja, $\boldsymbol{Var}(\boldsymbol{\hat{\beta}_1})$.

Gabarito

1. a. $\hat{y}_1 = 226{,}72 + 5{,}08x_i$

$$(45{,}59) \quad (0{,}48)$$

$$R^2 = 0{,}86 \quad \hat{\sigma} = 95{,}11 \quad n = 100$$

b. $\hat{\beta}_0 = 226{,}72$

O intercepto não tem interpretação prática neste exercício, pois se tratam de apartamentos, não temos área igual a zero

Vamos escrever um texto apenas para ver como seria a interpretação: Quando área=0, o valor médio do apartamento seria R$226.720,00

$\hat{\beta}_1 = 5{,}08$

Um aumento de $1metro^2$ na área construída provocará um aumento médio de R$5.080,00 no preço do apartamento.

c. $R^2 = 0{,}86$

86% da variabilidade do preço do apartamento está senso explicado pela variabilidade da área construída.

d. Os estimadores são não viesados e eficientes. Provavelmente, só estudaremos consistência após as provas intermediárias.

2. a. $\widehat{ln(y)}_1 = 6{,}5055 + 0{,}0097x_i$

$$(0{,}0679) \quad (0{,}0063)$$

$$R^2 = 0{,}013 \quad \hat{\sigma} = 0{,}603775 \quad n = 177$$

b. Um ano a mais na permanência no cargo provocará um aumento médio de 0,97% no salário

c. $R^2 = 0{,}013$

1,3% da variabilidade do salário do CEO está sendo explicado pela variabilidade do tempo de permanência no cargo.

d. Estimadores não viesados e eficientes, pois temos as suposições 1, 4,5 e 6 no enunciado, a suposição 2 estamos supondo que foi feita uma AAS e a suposição 3 é válida pois foi estimado o modelo.

3. a. $Desp\_Alimentação_i = -2179{,}851 + 383{,}9254.ln(Desp\_Totais_i) + \varepsilon_i$

$$(464{,}6282) \quad (65{,}3101)$$

$$R^2 = 0{,}418582 \qquad \hat{\sigma} = 88{,}66475 \qquad n = 50$$

b. Um aumento de 1% nas *Desp_Totais* provocará um aumento médio de R$3,84 nas despesas com alimentação.

c. $R^2 = 0{,}4186$

41,86% da variabilidade das despesas com alimentação está sendo explicado pela variabilidade das despesas totais.

d. Estimadores não viesados e eficientes.

4. a. $Ln(Quant\widehat{\imath dade}\_Vend\imath da)_\imath = 10{,}46 - 1{,}49.ln(Preço_i)$

$$(0{,}3478) \quad (0{,}3073)$$

$$R^2 = 0{,}5947 \qquad \hat{\sigma} = 0{,}2022 \qquad n = 16$$

b. Um aumento de 1% no preço provocará uma diminuição média de 1,49%, quantidade vendida

c. $R^2 = 0{,}5947$

59,47% da variabilidade do *Ln(Quantidade_Vendida)* está sendo explicado epla variabilidade do *ln(Preço)*

d. Estimadores não viesados e eficientes.

5. a. $\hat{\beta}_0 = \bar{y}$

b. Não temos regressor neste exercício, logo a suposição 3 não faz sentido, as outras todas vemos presentes no enunciado

c. $E\left(\hat{\beta}_0\right) = \beta_0$, ou seja, $\hat{\beta}_0$ é um estimador não viesado para β_0

d. $Var\left(\hat{\beta}_0\right) = \frac{\sigma^2}{n}$

6. a. $\hat{\beta}_1 = \frac{\Sigma \bar{x}\bar{y}}{\Sigma x_i^2}$

b. Estamos supondo que a suposição 2 de AAS seja válida, mas não está clara no enunciado. Todas as outras suposições são válidas segundo o enunciado.

c. $E\left(\hat{\beta}_1 | x\right) = \beta_1$

d. $Var\left(\hat{\beta}_1\right) = \frac{\sigma^2}{\Sigma x_i}$