



[www.estudar.com.vc](http://www.estudar.com.vc)

Cálculo I  
P3 2014.2 FEI Adaptada  
Exercício 1 Esboço de Gráfico  
Resolução





1. Sendo  $f(x) = x^2 + x + 3 + |x^2 - 4x|$ , escreva  $f(x)$  sem o uso da simbologia do módulo e esboce o gráfico de  $f(x)$ , indicando as intersecções com os eixos, vértices (se for o caso), domínio e imagem.

A função dentro do módulo,  $x^2 - 4x$ , se anula para  $x = 0$  e  $x = 4$  e satisfaz a seguinte propriedade:

$$\begin{aligned} x^2 - 4x > 0, & \quad \text{se } x < 0 \text{ ou } x > 4 \\ x^2 - 4x < 0, & \quad \text{se } 0 < x < 4 \end{aligned}$$

Portanto,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 3 + (x^2 - 4x) = 2x^2 - 3x + 3, & \text{se } x < 0 \text{ ou } x > 4 \\ x^2 + x + 3 - (x^2 - 4x) = 5x + 3, & \text{se } 0 < x < 4 \end{cases}$$

Portanto, podemos considerar três trechos distintos do gráfico de  $f(x)$ : para  $x < 0$ , temos uma **parábola** de equação  $y = 2x^2 - 3x + 3$ ; para  $x > 4$  temos essa **mesma parábola**, e para  $x$  **entre esses dois valores** temos a **reta**  $y = 5x + 3$ .

Para esboçar esse gráfico, vamos calcular alguns pontos importantes:

- Intersecção entre os trechos do gráfico:

Para os pontos  $x = 0$  e  $x = 4$ , temos, calculando em ambos os lados de cada um desses pontos:

$$\begin{aligned} f(0) &= 2.0^2 - 3.0 + 3 = 5.0 + 3 = 3 \\ f(4) &= 2.4^2 - 3.4 + 3 = 5.4 + 3 = 23 \end{aligned}$$

- Intersecção com o eixo  $y$ :

O gráfico intercepta o eixo  $y$  em  $y = 3$ , pois, conforme calculado acima,  $f(0) = 3$ .



- Intersecções com o eixo  $x$ :

Vamos verificar se cada um dos trechos do gráfico cruza o eixo  $x$ . Isso não acontece com a **parábola**, pois a seguinte equação não possui raízes reais:

$$2x^2 - 3x + 3 = 0$$

Além disso, como a concavidade dessa parábola é para cima, concluímos que ela está **totalmente acima do eixo  $x$** .

Para a **reta**, temos que  $5x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5}$ . Esse ponto, no entanto, está fora do intervalo de definição da reta ( $0 < x < 4$ ).

Portanto, o gráfico de  $f$  não possui intersecções com o eixo  $x$ .

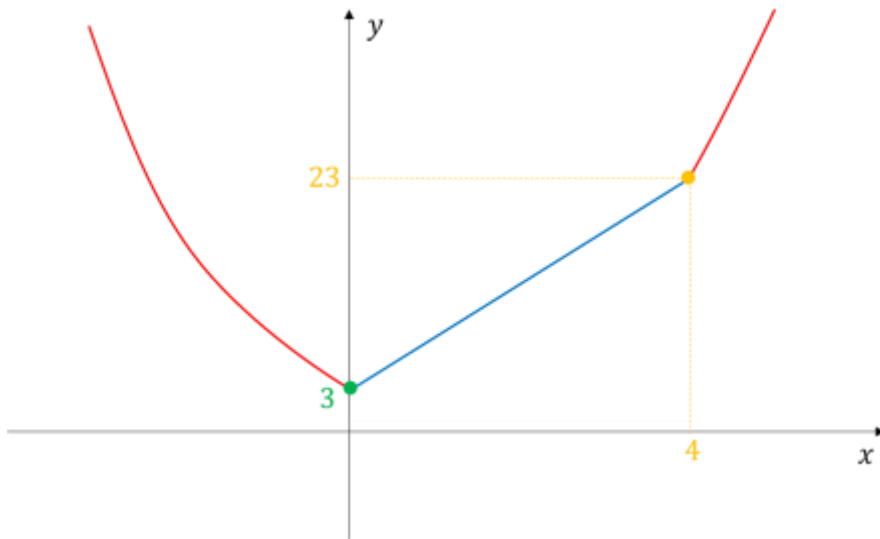
- Vértices

O único possível vértice do gráfico de  $f$  é o vértice da **parábola**  $y = 2x^2 - 3x + 3$ , ou seja, o ponto onde sua derivada se anula. Temos que a derivada dessa parábola é igual a  $4x - 3$  e, portanto,

$$4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$$

Mais uma vez, no entanto, esse ponto está fora dos trechos onde a parábola está definida ( $x < 0$  e  $x > 4$ ). Portanto, o gráfico de  $f$  não possui vértices.

Com essas informações, já podemos esboçar o gráfico de  $f$ :



- Domínio e Conjunto Imagem

Pelo gráfico acima, notamos que

$$\begin{aligned} D(f) &= \mathbb{R} \\ Im(f) &= [3, \infty) \end{aligned}$$

Resposta esperada: Gráfico. O domínio e o conjunto imagem de  $f$  são, respectivamente,  $D(f) = \mathbb{R}$  e  $Im(f) = [3, \infty)$ .