



www.estudar.com.vc

P3 2016.1 FEI
Adaptada
Exercício 1a Função Inversa
Explicação





1. Estabelecer o domínio mais amplo para que $f(x) = 2x + x^2$ seja invertível e, em relação ao domínio estabelecido:

a. Obter a inversa f^{-1} .

Nossa função é dada por $f(x) = x^2 + 2x$; logo, é uma parábola com concavidade voltada para cima.

Para entender seu gráfico, vamos encontrar o vértice e as raízes:

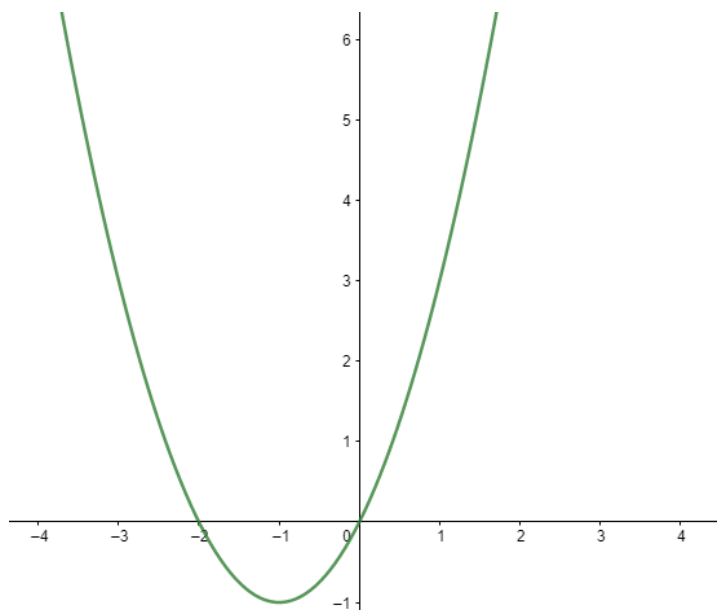
$$x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x + 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ e } x = -2$$

Sabendo as raízes, temos que a coordenada x do vértice é -1 . Assim:

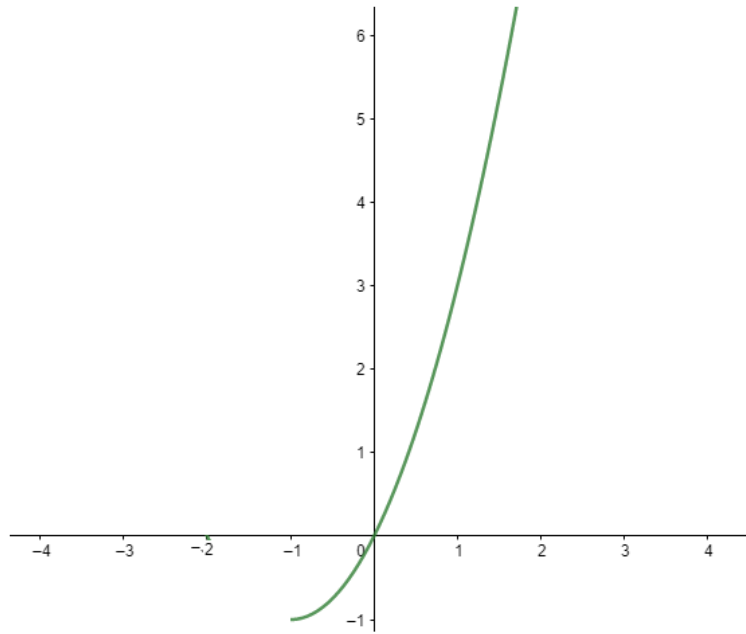
$$f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) = 1 - 2 = -1$$

Logo, o vértice é $(-1, -1)$.





Para que admita função inversa, precisamos que a função seja bijetora! A parábola que temos não é injetora, logo, não é bijetora. Precisamos de um intervalo em que ela é injetora:



Assim: $Df = [-1, +\infty[$.

Agora vamos encontrar a inversa.

Sendo $g = f^{-1}$ e $f(g) = x$, vamos ter:

$$f(g) = g^2 + 2g$$

$$x = g^2 + 2g \Rightarrow g^2 + 2g - x = 0$$

Vamos fazer Bháskara para encontrar as raízes:

$$g = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4x}}{2} \Rightarrow \begin{cases} g_1 = -1 + \sqrt{1 + x} \\ g_2 = -1 - \sqrt{1 + x} \end{cases}$$



Para saber qual das duas vamos utilizar, vamos fazer $x = 3$:

$$g_1 = -1 + \sqrt{1 + 3} = -1 + 2 = 1$$

$$g_2 = -1 - \sqrt{1 + 3} = -1 - 2 = -3$$

O valor encontrado para g_2 não pertence ao domínio de $f(x)$, logo não se aplica.

Assim, a função inversa $f^{-1}(x) = g_1(x) = -1 + \sqrt{1 + x}$.

Resposta esperada: $Df = [-1, +\infty[$. $f^{-1}(x) = g_1(x) = -1 + \sqrt{1 + x}$