www.estudar.com.vc

P3 2016.2 FEI

Adaptada

Exercício 1b Esboço de Gráfico

Explicação

1. Dadas as funções f e g com $f(x) = x + 2$ e $g[f(x)] = e^{x+1}$, pede-se:

b. Esboçar o gráfico da função $g(x)$ indicando o domínio e a imagem.

No item a. descobrimos que a função $g(x)$ é dada por: $g(x) = e^{x-1}$.

Podemos reagrupar os termos, fazendo:

$$g(x) = e^{x-1} = e^{-1}e^{x}$$

Vamos analisar seu gráfico:

Teremos e^{-1}, que é um valor positivo multiplicado por e^{x}, que sempre resulta um valor positivo. Logo, a imagem é sempre positiva. Além disso, não importa quão negativo o valor de x seja, a função e^{x} nunca é zero. Assim:

$$Img =]0, +\infty[$$

Além disso, não há nenhuma restrição para x, assim seu domínio é toda a reta real:

$$Dg = \mathbb{R}$$

Para analisar o **crescimento e a concavidade da função**, vamos usar suas **derivadas**.

Para a primeira derivada, temos:

$$g'(x) = e^{-1}e^{x}$$

Como já visto, essa função é sempre positiva, logo a função é **sempre crescente**, sem a presença de pontos de máximo ou mínimo.

Para a segunda derivada:

$$g''(x) = e^{-1}e^{x}$$

Temos a mesma função, que é sempre crescente. Logo, a **concavidade é sempre para cima** e não admite pontos de inflexão.

Podemos ainda verificar se há assíntotas horizontais, analisando o comportamento da função quando ela tende a $-\infty$ e a $+\infty$.

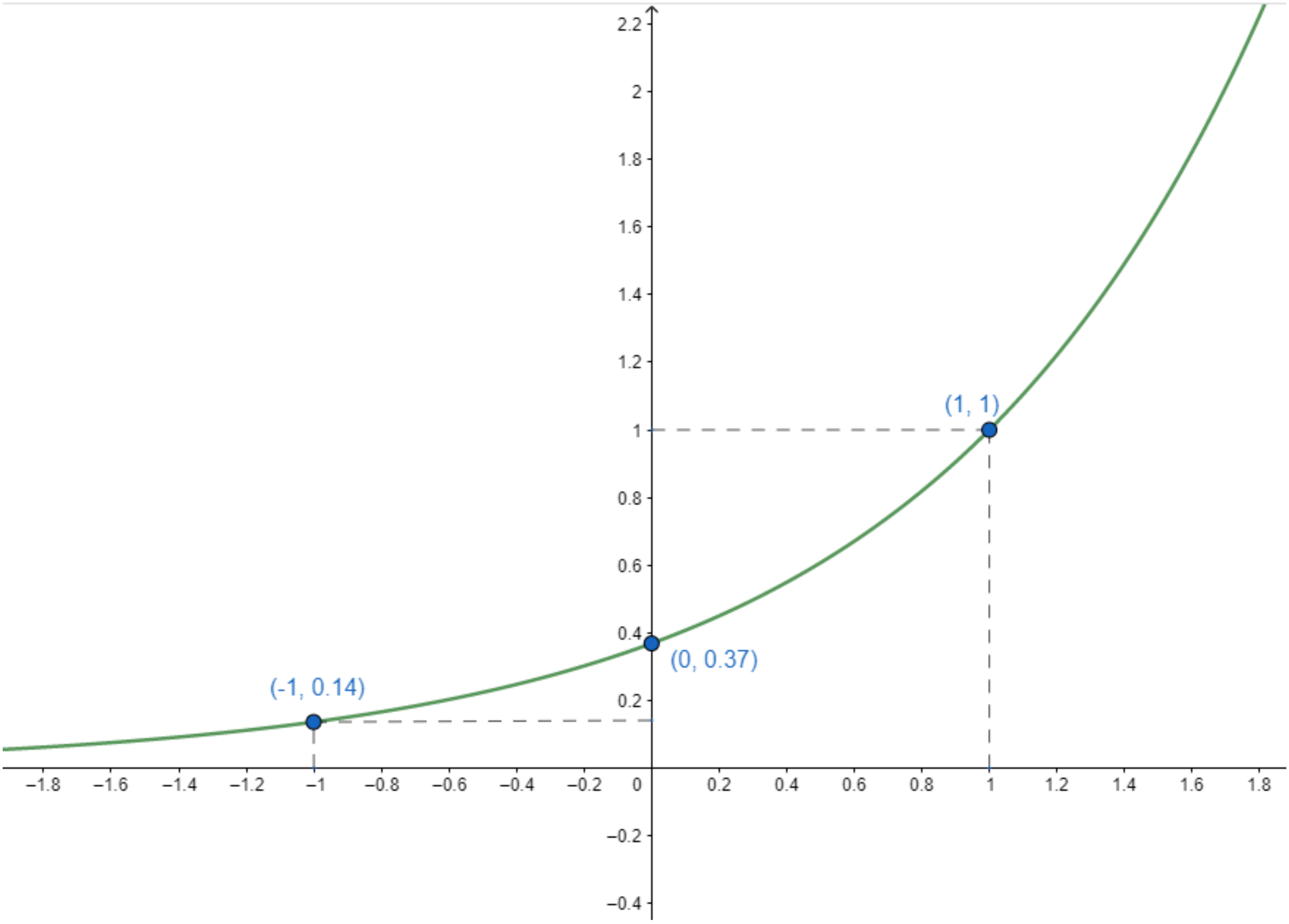
$$\lim_{x \to -\infty} e^{-1}e^{x} = 0$$

$$\lim_{x \to \infty} e^{-1}e^{x} = \infty$$

Agora, sabendo disso, podemos esboçar o gráfico. Para ficar ainda melhor, vamos escolher alguns valores de x e y para nos alinharmos:

x	-1	0	1
$g(x)$	e^{-2}	e^{-1}	1

Esboçando o gráfico:



Resposta esperada: $\boldsymbol{Dg = \mathbb{R}}$ **e** $\boldsymbol{Img = \,]0, +\infty[}$ **e gráfico acima.**