www.estudar.com.vc

P3 2016.2 FEI

Adaptada

Exercício 3 Domínio da função

Explicação

3. Determinar, na forma de intervalos, o domínio mais amplo da função $f(x) = \sqrt{\frac{4-x}{x} + \frac{x}{1-x}}$.

Para escrever o domínio na forma de intervalos, precisamos verificar pontos em que o mesmo não exista.

No caso da nossa função, precisamos tomar **cuidado com os denominadores**, que nunca podem ser 0, **e com os termos da raiz**, que sempre precisam ser maiores ou igual a 0.

Vamos mexer um pouco na função, igualando seus denominadores:

$$f(x) = \sqrt{\frac{4-x}{x} + \frac{x}{1-x}} = \sqrt{\frac{(4-x)(1-x) + x(x)}{x(1-x)}} = \sqrt{\frac{4-4x-x+x^2+x^2}{x(1-x)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2x^2-5x+4}{x(1-x)}}$$

Pelo denominador, já podemos ver que:

$$x \neq 0 \text{ e } x \neq 1$$

Agora, vamos analisar o comportamento de todos os termos de dentro da raiz, que devem ser positivos ou iguais a zero:

$$\frac{2x^2-5x+4}{x(1-x)} \geq 0$$

Analisando o **numerador** $2x^2 - 5x + 4$, esse é um polinômio sem raízes reais e com concavidade para cima; assim, é positivo em todo o seu domínio.

Analisando o **denominador** $x(1 - x)$, para esse polinômio, temos as raízes $x = 0$ e $x = 1$. Além disso, ele possui concavidade para baixo, assim:

	0		1	
-		+		-

Montando nosso varal, ficaremos com:

		0		1	
$2x^2 - 5x + 4$	+		+		+
$x(1 - x)$	-		+		-
$\frac{2x^2 - 5x + 4}{x(1 - x)}$	**-**		**+**		**-**

Assim, o domínio da função está definido apenas entre 0 e 1.

$$Df =]0,1[$$

Resposta esperada: $\boldsymbol{Df =]0,1[}$