www.estudar.com.vc

P1 2016.2 FEI

Resolução

Exercício 2 Domínio de Função

Explicação

2. Determinar, sob a forma de intervalos, o domínio da função:

$$\boldsymbol{f(x) = \sqrt{\log_3\left(\frac{-9x^2+12x+12}{x-x^2}\right)-2}}$$

Nossa função tem uma raiz, portanto, todo o termo interno precisa **ser maior ou igual a $\mathbf{0}$**. Assim:

$$\log_3\left(\frac{-9x^2+12x+12}{x-x^2}\right)-2\geq 0$$

$$\log_3\left(\frac{-9x^2+12x+12}{x-x^2}\right)\geq 2$$

$$\log_3\left(\frac{-9x^2+12x+12}{x-x^2}\right)\geq \log_3 9$$

Lembrando que o que está dentro do $\log$ tem que ser > 0, podemos tirar os logaritmos. Percebe-se que a restrição do $\log$ continua sendo válida, porque se a fração é ≥ 9, ela também é > 0.

$$\frac{-9x^2+12x+12}{x-x^2}\geq 9 \Rightarrow \frac{-9x^2+12x+12}{x-x^2}-9\geq 0$$

Igualando os denominadores:

$$\frac{-9x^2+12x+12-9x+9x^2}{x-x^2}\geq 0 \Rightarrow \frac{3x+12}{x-x^2}\geq 0$$

Agora precisamos **analisar o sinal** dessa inequação. Para isso, vamos verificar os intervalos nos quais o numerador e o denominador são positivos ou negativos separadamente.

Para $3x + 12$, temos a raiz:

$$3x + 12 = 0 \Rightarrow x = -4$$

	-4	
-		+

Para $x - x^2$, temos as raízes:

$$x - x^2 = 0 \Rightarrow -x(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Como tem concavidade para baixo devido a termos $-x^2$:

	0		1	
-		+		-

Assim, a fração toda $\frac{3x+12}{x-x^2}$ fica:

	-4	0	1	
$3x + 12$	-	+	+	+
$x - x^2$	-	-	+	-
$\frac{3x+12}{x-x^2}$	+	-	+	-

A função não está definida em 0 e em 1, pois isso resultaria em uma divisão por 0.

Assim o domínio vai ser todo o conjunto onde $\frac{3x+12}{x-x^2} \geq 0$:

$$D =]-\infty, -4] \cup]0,1[$$

Resposta esperada: $\boldsymbol{D =]-\infty, -4] \cup]0, 1[}$