www.estudar.com.vc

P1 2016.2 FEI

Resolução

Exercício 3 Identidade Trigonométrica

Explicação

3. Provar a seguinte identidade: $\cos^6 x + \sin^6 x = 1 - 3 \cdot \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

Primeiro, vamos escrever $\cos^6 x + \sin^6 x$ como $(\cos^2 x)^3 + (\sin^2 x)^3$

$$\cos^6 x + \sin^6 x = (\cos^2 x)^3 + (\sin^2 x)^3$$

Para visualizar melhor, vamos chamar $\cos^2 x = a$ e $\sin^2 x = b$. Assim temos:

$$a^3 + b^3$$

Isso é um **produto notável**, a soma de cubos! E pode ser fatorado da seguinte maneira:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Voltando a senos e cossenos:

$$(\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^4 x - \cos^2 x \cdot \sin^2 x + \sin^4 x) =$$

$$= 1(\cos^2 x \cos^2 x - \cos^2 x \cdot \sin^2 x + \sin^2 x \sin^2 x) =$$

$$= \cos^2 x\,(1 - \sin^2 x) - \cos^2 x \sin^2 x + \sin^2 x\,(1 - \cos^2 x) =$$

Usando a distributiva:

$$= \cos^2 x - \cos^2 x \sin^2 x - \cos^2 x \sin^2 x + \sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x =$$

$$= \cos^2 x + \sin^2 x - 3 \sin^2 x \cos^2 x =$$

$$= 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$$

Resposta esperada: Demonstração acima