



www.estudar.com.vc

Cálculo 2

P3 2016

Enunciados e Gabarito





1. Plano Tangente à Superfície de Nível e Lagrange

P3 2016 - Questão 1 - Adaptada

a. Determine todos os pontos da superfície de nível 1 da função

$g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ em que seu plano tangente é paralelo ao plano $2x + y - 3z = 2$.

b. Determine os pontos de máximo e mínimo da função dada por $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x - 5$ sobre o conjunto compacto

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 16\}.$$

2. Máximos e Mínimos Locais

P3 2016 - Questão 2 - Adaptada

Considere a função $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = kx^3 + x^2 + 2y^2 - 4x - 4y$, onde k é um número real não nulo.

a. Para que valores de k a função f possui exatamente dois pontos críticos?

b. Classifique os dois pontos críticos de f obtidos no item anterior.

3. Problema de Distância

P3 2016 - Questão 3 - Adaptada

Determine os pontos de \mathbb{R}^3 mais próximos e os mais distantes da origem sobre os seguintes conjuntos compactos:

a. $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, xyz = 1 \text{ e } z = 3 - x^2 - y^2\}$;

b. $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, xyz = 1 \text{ e } z \leq 3 - x^2 - y^2\}$.



Gabarito

1)

a. $\left(-\frac{2}{\sqrt{14}}, -\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right)$ e $\left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, -\frac{3}{\sqrt{14}}\right)$

b. Máximo absoluto em $f(-2, \pm\sqrt{12}) = 47$ e mínimo absoluto em $f(1,0) = -7$.

2)

a. $k > -\frac{1}{12}, k \neq 0$

b. $\left(\frac{-1-\sqrt{1+12k}}{3k}, 0\right)$ é ponto de sela e $\left(\frac{-1+\sqrt{1+12k}}{3k}, 0\right)$ é mínimo local.

3)

a. O ponto de menor distância é $f(1,1,1) = 3$ e o ponto de maior distância é $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 2\right) = 5$.

b. Os pontos são os mesmos do item a.