



[www.estudar.com.vc](http://www.estudar.com.vc)

# Cálculo 2

P3 2016

## Enunciados e Gabarito





## 1. Plano Tangente à Superfície de Nível e Lagrange

*P3 2016 - Questão 1 - Adaptada*

**a.** Determine todos os pontos da superfície de nível 1 da função

$g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$  em que seu plano tangente é paralelo ao plano  $2x + y - 3z = 2$ .

**b.** Determine os pontos de máximo e mínimo da função dada por  $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x - 5$  sobre o conjunto compacto

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 16\}.$$

## 2. Máximos e Mínimos Locais

*P3 2016 - Questão 2 - Adaptada*

Considere a função  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x, y) = kx^3 + x^2 + 2y^2 - 4x - 4y$ , onde  $k$  é um número real não nulo.

**a.** Para que valores de  $k$  a função  $f$  possui exatamente dois pontos críticos?

**b.** Classifique os dois pontos críticos de  $f$  obtidos no item anterior.

## 3. Problema de Distância

*P3 2016 - Questão 3 - Adaptada*

Determine os pontos de  $\mathbb{R}^3$  mais próximos e os mais distantes da origem sobre os seguintes conjuntos compactos:

**a.**  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, xyz = 1 \text{ e } z = 3 - x^2 - y^2\}$ ;

**b.**  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, xyz = 1 \text{ e } z \leq 3 - x^2 - y^2\}$ .



## Gabarito

1)

a.  $\left(-\frac{2}{\sqrt{14}}, -\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right)$  e  $\left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, -\frac{3}{\sqrt{14}}\right)$

b. Máximo absoluto em  $f(-2, \pm\sqrt{12}) = 47$  e mínimo absoluto em  $f(1,0) = -7$ .

2)

a.  $k > -\frac{1}{12}, k \neq 0$

b.  $\left(\frac{-1-\sqrt{1+12k}}{3k}, 0\right)$  é ponto de sela e  $\left(\frac{-1+\sqrt{1+12k}}{3k}, 0\right)$  é mínimo local.

3)

a. O ponto de menor distância é  $f(1,1,1) = 3$  e o ponto de maior distância é  $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 2\right) = 5$ .

b. Os pontos são os mesmos do item a.