



www.estudar.com.br

Cálculo 2

P1 2016

Enunciados e Gabarito





1. Domínio e Curva de nível

Questão 1 - P1 2016 - Adaptada

Seja f a função, definida em $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + x + 2y \neq 0\}$, dada por

$$f(x, y) = \frac{x^2 + 2y^2 + 2x + 4y - 1}{x^2 + x + 2y}.$$

- Determine equações para as curvas de nível c de f quando $c = 0, 1$ e 2 .
- Faça um esboço das curvas de nível (em linha cheia) e da restrição do domínio (em pontilhado).

2. Parametrização e Reta Tangente a uma Curva

Questão 2 - P1 2016 - Adaptada

Seja C a curva dada pela interseção dos gráficos das funções $f(x, y) = x^2 - y^2$ e $g(x, y) = 1 - x^2 - 2y^2$.

- Determine uma parametrização para C .
- Determine, caso existam, todos os pontos de C nos quais a reta tangente é paralela ao eixo Ox . Escreva a equação da reta tangente em tais pontos.

3. Limites Elaborados

P1 2016 - Questão 3 - Adaptada

Seja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = \begin{cases} x^2 \frac{\sin(x-y)}{x^3-y^3}, & \text{se } x \neq y \\ \frac{1}{3}, & \text{se } x = y \end{cases}$

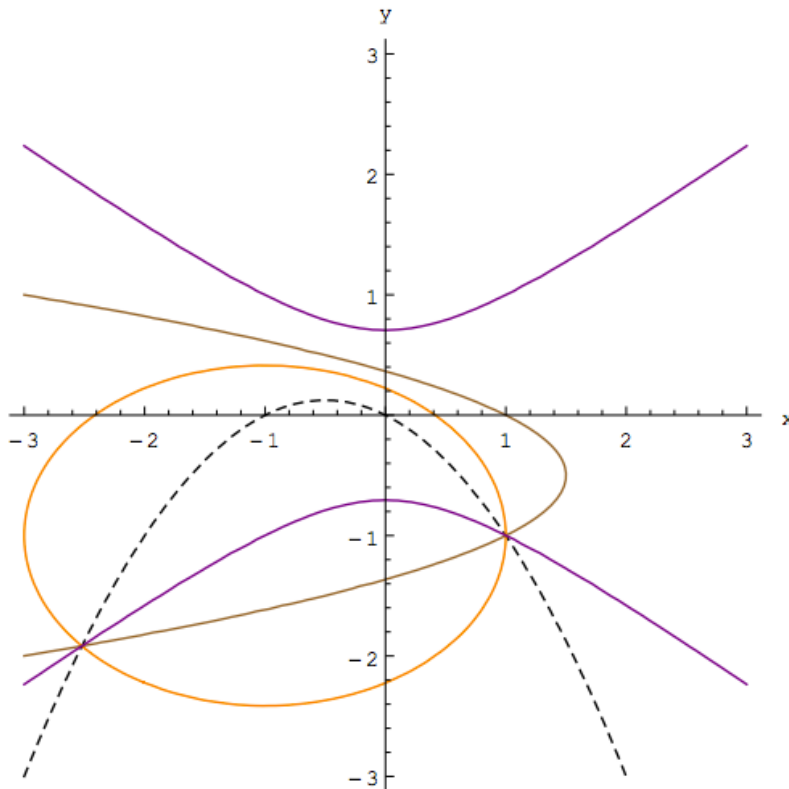
- Determine se f é contínua no ponto $(0, 0)$.
- Determine se f é contínua no ponto $(1, 1)$.
- Determine se $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^{10}}{x - y^5}$ existe.
- Calcule $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{-x^2-y^2} - 1}{x^2 + y^2}$.



Gabarito

1.

- a. $c = 0: \frac{x+1^2}{4} + \frac{y+1^2}{2} = 1$ (elipse); $c = 1: x = 1 - 2y^2 - 2y$ (parábola);
 $c = 2: -x^2 + 2y^2 = 1$ (hipérbole).



b.

2.

- a. $\gamma(t) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos t, \sin t, \frac{1}{2} (\cos t)^2 - (\sin t)^2 \right), t \in [0, 2\pi]$
b. $r_p: X = (0, 1, -1) + \lambda(1, 0, 0), \lambda \in \mathbb{R}; r_q: X = (0, -1, -1) + \lambda(1, 0, 0),$
 $\lambda \in \mathbb{R}$

3.

- a. A função não é contínua no ponto.
b. A função é contínua no ponto.
c. Não existe.
d. 1