



www.estudar.com.vc

Cálculo II

Pontos Críticos, Máximos e Mínimos

Lista de Exercícios





1. Pontos Críticos

Elaboração Própria

Determine os pontos críticos das seguintes funções:

- $f(x, y) = 2x^2 - 3y^2 + 5x - 12$
- $f(x, y) = (\cos x)^2 + \sin y$
- $f(x, y, z) = x^2 + 2xz + (y - 1)^2$

2. Hessiano e Teste da Segunda Derivada

Elaboração Própria

- Calcule o Hessiano da função $f(x, y) = x^3 + 3y^5 - 5xy + 5$.
- Encontre os pontos críticos da função $f(x, y)$ acima.
- Classifique os pontos críticos encontrados.

3. Máximos e Mínimos Locais

P3 2013 - Questão 3 - Adaptada

Dada a função $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$:

- Determine quais são os pontos críticos de f ;
- Classifique os pontos críticos de f .

4. Máximos e Mínimos Locais

P3 2014 - Questão 1 - Adaptada

Seja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = x^3 + y^3 - 12x - 3y$.

- Determine quais são os pontos críticos de f ;
- Classifique os pontos críticos de f .



5. Máximos e Mínimos Locais

P3 2015 - Questão 3 - Adaptada

Seja a função $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$.

- Determine quais são os pontos críticos de f ;
- Classifique os pontos críticos, justificando, quanto a máximo local, mínimo local ou sela.

6. Máximos e Mínimos Locais

P3 2016 - Questão 2 - Adaptada

Considere a função $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = kx^3 + x^2 + 2y^2 - 4x - 4y$, onde k é um número real não nulo.

- Para que valores de k a função f possui exatamente dois pontos críticos?
- Classifique os dois pontos críticos de f obtidos no item anterior.

7. Máximos e Mínimos Locais

P3 2012 - Questão 2 - Adaptada

Seja $f(x, y) = 3ye^x - e^{3x} - y^3$.

- Encontre os pontos críticos de f ;
- Classifique os pontos críticos de f .



Gabarito

1.

a. $(-\frac{5}{4}, 0)$

b. $(0, \frac{\pi}{2}), (0, \frac{3\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}), (\pi, \frac{\pi}{2}), (\pi, \frac{3\pi}{2}), (\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$

c. $(0, 1, 0)$

2.

a. $360xy^3 - 25$

b. $(0, 0)$ e $(3 * (\frac{5}{27})^{\frac{4}{7}}, (\frac{5}{27})^{\frac{1}{7}})$

c. $(0, 0)$ é ponto de sela e $(3 * (\frac{5}{27})^{\frac{4}{7}}, (\frac{5}{27})^{\frac{1}{7}})$ é mínimo local.

3.

a. $(0, 0)$ e $(1, 1)$

b. $(0, 0)$ é ponto de sela e $(1, 1)$ é mínimo local.

4.

a. $(2, 1), (2, -1), (-2, 1)$ e $(-2, -1)$

b. $(2, -1)$ e $(-2, 1)$ são pontos de sela, $(2, 1)$ é mínimo local e $(-2, -1)$ é máximo local.

5.

a. $(0, 0), (\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ e $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

b. $(0, 0)$ é ponto de sela e $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ e $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ são mínimos locais.



6.

a. $k > -\frac{1}{12}, k \neq 0$

b. $\left(\frac{-1-\sqrt{1+12k}}{3k}, 0\right)$ é ponto de sela e $\left(\frac{-1+\sqrt{1+12k}}{3k}, 0\right)$ é mínimo local.

7.

a. (0,1)

b. Ponto de máximo