



[www.estudar.com.vc](http://www.estudar.com.vc)

# Cálculo II

## Plano Tangente

### Lista de Exercícios





## 1. Equação do Plano Tangente - Fixação

*Elaboração Própria*

Determine o plano tangente às seguintes equações:

- $z = x^2 + 3y^2$ , tangente ao ponto  $P = (0,1,3)$ ;
- $z = e^{x^2y} + \cos y$ , tangente ao ponto  $P = (2,0,2)$ .

## 2. Plano Tangente

*P2 2016 - Questão 3 - Adaptada*

Sejam  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  uma função diferenciável e a curva  $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:

$$\gamma(t) = (t^3 + 1, -t, t^6 + 2t^3 - 2t^2 + 1)$$

Suponha que a imagem de  $\gamma$  está contida no gráfico de  $f$  e que o ponto  $(3,0,10)$  pertence ao plano tangente ao gráfico de  $f$  no ponto  $(2,1, f(2, -1))$ . Determine uma equação desse plano.

## 3. Plano Tangente

*P2 2014 - Questão 2 - Adaptada*

Seja  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  uma função diferenciável e considere  $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por:

$$\gamma(t) = (t, 2t^2, t^2), \forall t \in \mathbb{R}$$

Seja  $r$  a reta tangente à curva de nível 4 de  $f$  no ponto  $(2,8)$ . Sabendo que a imagem de  $\gamma$  está contida no gráfico de  $f$  e que a reta  $r$  passa pelo ponto  $(1, -4)$ , determine:

- O vetor gradiente de  $f$  no ponto  $(2,8)$ ;
- A equação do plano tangente ao gráfico de  $f$  no ponto  $(2,8, f(2,8))$ .



## 4. Plano Tangente

P2 2013 – Questão 4 - Adaptada

Seja  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  uma função diferenciável tal que as imagens das curvas

$$\gamma(t) = (t + 1, t^2, t^4 + 2t^3 + t^2 - t - 1), t \in \mathbb{R}$$

e

$$\sigma(u) = (\sin u, \cos u, \cos u - (\cos u)^3 - \sin u), u \in [0, 2\pi]$$

estão contidas no gráfico de  $f$ . Determine a equação do plano tangente ao gráfico de  $f$  no ponto  $(1, 0, f(1, 0))$ .

## 5. Plano Tangente

P2 2012 – Questão 3 - Adaptada

Seja  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  uma função diferenciável. Sabe-se que:

(I) A imagem da curva  $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por

$$\gamma(t) = (t + 1, t^2, 2t^5 + t^4 - 2t^3 - t^2)$$

está contida no gráfico de  $f$ ;

(II) A derivada direcional de  $f$  no ponto  $(3, 4)$ , na direção do vetor

$$\vec{u} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right), \text{ é igual a } \frac{31\sqrt{2}}{2}.$$

Determine:

a. A equação do plano tangente ao gráfico de  $f$  no ponto  $(3, 4, f(3, 4))$ .

b. A equação da reta tangente à curva de nível de  $f$  que contém o ponto  $(3, 4)$ .

## 6. Plano Tangente

P2 2014 – Questão 2 - Adaptada

Seja  $G = G(x, y)$  uma função de classe  $\mathcal{C}^2$  em  $\mathbb{R}^2$ .

a. Sabendo que o plano tangente ao gráfico de  $G$  no ponto  $(-2, -2, G(-2, -2))$  tem equação  $x - y + 2z + 1 = 0$ , determine o vetor  $\nabla G(-2, -2)$ .

b. Determine o valor de  $G(-2, -2)$ .



## Gabarito

1.

a.  $z - 6y + 3 = 0$

b.  $z - 4y - 2 = 0$

2.  $4x + 4y - z - 2 = 0$

3.

a.  $(12, -1)$

b.  $12x - y - z - 12 = 0$

4.  $x - y + z = 0$

5.

a.  $8x + 39y - z - 120 = 0$

b.  $r: (x, y) = (3, 4) + \lambda(-39, 8)$

6.

a.  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

b.  $-\frac{1}{2}$