



www.estudar.com.br

Cálculo II

Vetor Gradiente

Lista de Exercícios





1. Derivada Direcional

Elaboração Própria

Calcule as derivadas direcionais para a função $f = x^2y + \sin 2x$:

- $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(\pi, 2)$, com $\vec{u} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$;
- $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(0,1)$, com \vec{u} dado pelo ângulo $\theta = \frac{\pi}{3}$.

2. Vetor Gradiente

Elaboração Própria

Calcule o vetor gradiente das seguintes funções:

- $\nabla f(2,3)$, com $f(x, y) = \cos x + e^{2y}$.
- $\nabla f(1,0)$, com $f(x, y) = \frac{x^2}{x^2+2y}$.

3. Reta Tangente pelo Gradiente

Lista 2 - Exercício III 1 - Adaptado

Dada a função $f(x, y) = x^2 + 4y^2$, determine:

- $\nabla f(2,1)$;
- A reta tangente à curva de nível 8, que passa pelo ponto $P = (2,1)$.

4. Relação Gradiente – Derivada Direcional

Elaboração Própria

Seja $f(x, y) = x^2y^3 - 4y$. Calcule:

- $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(2, -1)$, na direção do vetor $v = 2i + 5j$;
- Em que direção a taxa de variação é máxima e qual o seu valor?



5. Vetor Gradiente e Derivada Direcional

P2 2016 - Questão 4 - Adaptada

Sejam a função $f(x, y) = 2x^3 - 3y^2$ e (x_0, y_0) um ponto em \mathbb{R}^2 . Determine os pontos (x_0, y_0) que satisfazem as seguintes duas condições: $\nabla f(x_0, y_0)$ é paralelo à reta tangente à curva $x^3y - 2xy^3 + xy + y^2 - 1 = 0$ no ponto $(1, -1)$; e $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(x_0, y_0) = 4\sqrt{5}$, onde \vec{u} é o versor do vetor $(2, 1)$.



Gabarito

1.

a. $\frac{4\pi^2+12\pi+6}{5}$

b. 1

2.

a. $-\sin 2\vec{i} + 2e^6\vec{j}$

b. $-2\vec{j}$

3.

a. (4,8)

b. $x + 2y - 4 = 0$

4.

a. $\frac{32}{\sqrt{29}}$

b. $4\sqrt{5}$

5. $(\sqrt{2}, \frac{2}{3}) e (-\sqrt{2}, \frac{2}{3})$