



[www.estudar.com.vc](http://www.estudar.com.vc)

# Cálculo II

## Vetor Gradiente

### Lista de Exercícios





## 1. Derivada Direcional

*Elaboração Própria*

Calcule as derivadas direcionais para a função  $f = x^2y + \sin 2x$ :

- $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(\pi, 2)$ , com  $\vec{u} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ ;
- $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(0,1)$ , com  $\vec{u}$  dado pelo ângulo  $\theta = \frac{\pi}{3}$ .

## 2. Vetor Gradiente

*Elaboração Própria*

Calcule o vetor gradiente das seguintes funções:

- $\nabla f(2,3)$ , com  $f(x, y) = \cos x + e^{2y}$ .
- $\nabla f(1,0)$ , com  $f(x, y) = \frac{x^2}{x^2+2y}$ .

## 3. Reta Tangente pelo Gradiente

*Lista 2 - Exercício III 1 - Adaptado*

Dada a função  $f(x, y) = x^2 + 4y^2$ , determine:

- $\nabla f(2,1)$ ;
- A reta tangente à curva de nível 8, que passa pelo ponto  $P = (2,1)$ .

## 4. Relação Gradiente – Derivada Direcional

*Elaboração Própria*

Seja  $f(x, y) = x^2y^3 - 4y$ . Calcule:

- $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(2, -1)$ , na direção do vetor  $v = 2i + 5j$ ;
- Em que direção a taxa de variação é máxima e qual o seu valor?



## 5. Vetor Gradiente e Derivada Direcional

P2 2016 - Questão 4 - Adaptada

Sejam a função  $f(x, y) = 2x^3 - 3y^2$  e  $(x_0, y_0)$  um ponto em  $\mathbb{R}^2$ . Determine os pontos  $(x_0, y_0)$  que satisfazem as seguintes duas condições:  $\nabla f(x_0, y_0)$  é paralelo à reta tangente à curva  $x^3y - 2xy^3 + xy + y^2 - 1 = 0$  no ponto  $(1, -1)$ ; e  $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(x_0, y_0) = 4\sqrt{5}$ , onde  $\vec{u}$  é o versor do vetor  $(2, 1)$ .



## Gabarito

1.

a.  $\frac{4\pi^2+12\pi+6}{5}$

b. 1

2.

a.  $-\sin 2\vec{i} + 2e^6\vec{j}$

b.  $-2\vec{j}$

3.

a. (4,8)

b.  $x + 2y - 4 = 0$

4.

a.  $\frac{32}{\sqrt{29}}$

b.  $4\sqrt{5}$

5.  $(\sqrt{2}, \frac{2}{3}) e (-\sqrt{2}, \frac{2}{3})$