



[www.estudar.com.vc](http://www.estudar.com.vc)

# Cálculo II

## Diferenciabilidade

### Lista de Exercícios





## 1. Diferenciabilidade - Fixação

Elaboração Própria

Seja a função  $f(x, y) = x^2 + 2y^2$

- Calcule  $\frac{\partial f}{\partial x}$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .
- As derivadas parciais acima são contínuas em quais pontos?
- A função é diferenciável? Justifique.

## 2. Diferenciabilidade

P2 2016 - Questão 1 - Adaptada

Seja  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+3y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0,0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0,0) \end{cases}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{cases} \frac{3y^4-x^2y^2}{(x^2+3y^2)^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0,0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0,0) \end{cases}$  e

$\frac{\partial f}{\partial y} = \begin{cases} \frac{2x^3y}{(x^2+3y^2)^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0,0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0,0) \end{cases}$ . Considerando que as derivadas parciais não

são contínuas em  $(0,0)$ :

- $f$  é diferenciável em  $(0,0)$ ? Justifique.
- $f$  é diferenciável em  $(x, y) \neq (0,0)$ ? Justifique.

## 3. Derivadas Parciais e Diferenciabilidade

P2 2014 - Questão 1 - Adaptada

Dada a função  $f(x, y) = x(x^2 + y^2)^{\frac{1}{3}}$ , determine:

- O domínio das funções derivadas parciais  $\frac{\partial f}{\partial x}$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .
- Os pontos  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  nos quais  $\frac{\partial f}{\partial x}$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}$  são contínuas.
- Os pontos  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  nos quais  $f$  é diferenciável.



## 4. Derivadas Parciais e Diferenciabilidade

P2 2013 - Questão 1 - Adaptada

Seja  $f(x, y) = xe^{\sqrt[3]{x^2+y^4}}$ :

- Determine  $\frac{\partial f}{\partial x}$  explicitando seu domínio.
- A função  $\frac{\partial f}{\partial x}$  é contínua em  $(0,0)$ ?
- Determine o conjunto de pontos no  $\mathbb{R}^2$  nos quais  $f$  é diferenciável.



## Gabarito

1.
  - a.  $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x, \frac{\partial f}{\partial y} = 4y$
  - b.  $\mathbb{R}^2$
  - c. Sim
  
2.
  - a. Não.
  - b.  $(x, y) \neq (0,0)$
  
3.
  - a.  $\mathbb{R}^2$
  - b.  $\mathbb{R}^2$
  - c.  $\mathbb{R}^2$
  
4.
  - a.  $\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{cases} e^{\sqrt[3]{x^2+y^4}} + \frac{2}{3}e^{\sqrt[3]{x^2+y^4}} \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^2+y^4)^2}}, & \text{se } (x, y) \neq (0,0); \\ 1, & \text{se } (x, y) = (0,0) \end{cases}$
  - b. Sim
  - c.  $\mathbb{R}^2$