www.estudar.com.vc

Aulão LIVE P2 2018.2

Álgebra Linear

www.estudar.com.vc

Lista de Exercícios

1. Transformações Lineares

a. Determinar a transformação linear $G: \mathbb{R}^3 \to M_{2x2}(\mathbb{R})$ sabendo que $G(1,0,1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $G(0,1,-1) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ e $G(1,2,0) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

b. Justificar se G é injetora.

2. Transformações Lineares

a. Determinar a transformação linear $G: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ sabendo que $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ é a matriz de G em relação às bases $B = \{(1,1), (1,2)\}$ e $C = \{(1,0,1), (0,-1,1), (0,0,-1)\}$ do $\mathbb{R}^3$.

b. Dada a transformação linear $G: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 / G(x,y,z) = (x + 2y + Z, 2x + y + z, -x + 2y - z)$, determinar $G^{-1}(1,2,-1)$.

3. Composição de Transformações e Sobrejetividade

a. Seja $F: M_{2x2}(\mathbb{R}) \to M_{2x2}(\mathbb{R})$ linear, tal que $F(X) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} X + X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, onde $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Determinar $F^2(X)$.

b. Justificar se F é sobrejetora.

c. Dada a transformação linear $F: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ tal que $F(x,y,z,t) = (x + y - 2z, -y + z - t, 2x + y - 3z - 2t)$, determinar uma base da $Im(F)$.

4. Produto Interno

Seja $V = P_2(\mathbb{R})$ o espaço vetorial dos polinômios de grau menor ou igual a 2. Sejam $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ e $g(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$ com o produto interno definido por $<f(x), g(x)> = a_0b_0 + a_1b_1 + a_2b_2$. Dados os polinômios $f(x) = 2 - 3x + x^2$ e $g(x) = -1 + 5x - 3x^2$, determinar:

a. $\|f\|$
b. $\|g\|$
c. $\|f + g\|$

5. Produto Interno

a. Seja $V = \mathbb{R}^3$ espaço vetorial euclidiano e u, v, w vetores do $\mathbb{R}^3$ satisfazendo as seguintes condições $<u, v> = <u, w> = <v, w> = 0$, $\|u\| = 1$, $\|v\| = 2$, $\|w\| = 3$. Calcular o valor de $\|mu + nv + pw\|$, com $m, n, p \in \mathbb{R}$.
b. Seja $V = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno habitual (normal). Determinar as coordenadas dos vetores x e y do $\mathbb{R}^2$ tal que $x = \beta(1,3), <y, z> = 0$, sendo $z = (1,3)$ e $(1,2) = x + y$.

6. Valores Próprios

Seja $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear cuja matriz em relação à base canônica é $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & m \\ 0 & 2 & 2m \end{pmatrix}$. Determinar:

a. O polinômio característico;
b. Os valores próprios λ_1 e λ_2;
c. O valor de $m \in \mathbb{R}$ para que o valor próprio λ_3 seja igual a -3, aplicando o resultado obtido no item A.

7. Valores Próprios

Seja $S: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear cuja matriz em relação à base canônica é $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Determinar os valores próprios associados à matriz do operador S.