



[www.estudar.com.vc](http://www.estudar.com.vc)

# Lista de Exercícios

## Estatística II

### Aulão LIVE PI 2018.2





## Lista de Exercícios

### 1. Intervalo de Confiança

PI 2017.2 Estatística II Insper, Exercício 1

Uma empresa deseja controlar o funcionamento de uma máquina de envazar *milkshakes* utilizada em *food trucks*. Inicialmente, a empresa examinou a possibilidade de medir com alta precisão o volume de todos os *milkshakes* envazados pela máquina. No entanto, tal procedimento tornaria o atendimento aos clientes muito lento, comprometendo a qualidade do serviço. Para minimizar o impacto no atendimento, a empresa decidiu determinar apenas os volumes de uma amostra aleatória de *milkshakes* envazados pela máquina em um dia típico de operação do *food truck*.

a. A empresa pretende utilizar a média amostral para estimar o verdadeiro volume médio dos *milkshakes* envazados pela máquina. Qual o tamanho da amostra necessário para que, com probabilidade igual a **90%**, o valor absoluto do erro amostral da média seja menor do que **25%** do verdadeiro desvio padrão do volume dos *milkshakes* envazados pela máquina? Justifique sua resposta.

b. Em uma amostra aleatória de **50** *milkshakes*, foram observados um volume médio de **297 ml** e um desvio padrão de **20 ml**. No cardápio do *food truck*, ao lado dos sabores dos *milkshakes*, está escrito o volume **300 ml**. O que significa este volume? Há evidências de que esta informação do cardápio esteja incorreta? Utilize um coeficiente de confiança de **90%** e justifique as suposições feitas em sua análise.



c. A empresa que opera o *food truck* entende que só prestará um bom serviço aos clientes se for possível minimizar a variabilidade no volume dos *milkshakes* envazados pela máquina. Estando a máquina corretamente regulada, o fabricante do equipamento afirma que o verdadeiro desvio padrão do volume dos *milkshakes* envazados é igual a **25 ml**. Sendo assim, há evidências de que a regulagem da máquina precise ser ajustada? Utilize um coeficiente de confiança de **90%** e justifique as suposições feitas em sua análise.

## 2. Estimadores

PI 2016.2 Estatística II Insper, Exercício 2

O risco de uma carteira de ações é caracterizado através de um parâmetro  $\theta$ . Um estimador usual desse parâmetro apresenta uma distribuição aproximadamente Normal, conforme abaixo:

$$\hat{\theta} = N \left[ \frac{n-4}{n-1} \theta; \frac{1}{(n-1)^2} \right]$$

Onde  $n$  é o número de dias analisados, e  $n > 4$ .

a. O estimador usual é consistente? Justifique adequadamente a sua resposta.

b. Utilizando o estimador usual, construa um intervalo de confiança para o parâmetro de interesse. Para tanto, admita que uma amostra aleatória de **36** dias tenha fornecido uma estimativa para o parâmetro de interesse igual a **8,3**. Ainda, adote um coeficiente de confiança de **99%**. Interprete o resultado obtido.



c. Proponha um estimador não viesado para o parâmetro de interesse. Chame esse estimador de  $\hat{\theta}^*$ .

d. Seja um estimador não viesado ( $\tilde{\theta}$ ) para o mesmo parâmetro de interesse, cuja variância é igual a  $\frac{1}{n}$ . Para quais valores de  $n$  o estimador  $\hat{\theta}^*$  encontrado no item c é relativamente mais eficiente que  $\tilde{\theta}$ .

### 3. Estimadores e Teorema do Limite Central

*P1 2016.1 Estatística II Insper, Exercício 3*

Seja  $Y$  uma variável aleatória de interesse, cuja média populacional e variância populacional são usualmente denotadas por  $E(Y) = \mu$  e  $Var(Y) = \sigma^2$ .

A seguir, analise cada afirmação como verdadeira ou falsa.

a. Qualquer que seja a distribuição da variável de interesse  $Y$ , é correto afirmar que a variância amostral  $S^2 = \frac{\sum(Y_i - \bar{Y})^2}{(n-1)}$ , em média, acerta a verdadeira variância populacional  $\sigma^2$ .

b. Para uma amostra aleatória de tamanho  $n$ , com  $n$  suficientemente grande, é correto afirmar que a distribuição de probabilidades da variável de interesse  $Y$  se aproxima da distribuição Normal.



## 4. Intervalo de Confiança para Proporção

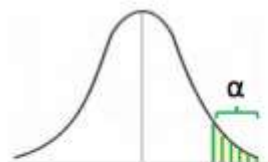
*P1 2017.2 Estatística II Insper, Exercício 2*

Uma agência governamental controla periodicamente a qualidade dos serviços de uma operadora de telefonia celular do município de São Paulo. Em particular, a agência verifica se as mensagens de texto dos clientes da operadora são transmitidas com a velocidade esperada. Para fins de controle, a agência não pode utilizar informações fornecidas pela própria operadora sobre os tempos de transmissão das mensagens de texto dos clientes. Sendo assim, durante um mês de referência, um supervisor da agência escolherá ao acaso localidades, dias e horários para enviar mensagens de texto do seu aparelho para outro celular de propriedade da agência. Para cada mensagem da amostra assim obtida, o supervisor determinará se esta satisfaz ou não satisfaz o critério do tempo máximo de transmissão especificado pela agência. A norma da agência dita que, no mês em que for feito o teste, considerando-se a atividade de todos os clientes da operadora, a verdadeira proporção de mensagens de texto com tempo de transmissão satisfatório não deve ser menor do que **0,75**.

Em uma amostra de **150** mensagens, o supervisor observou **108** mensagens satisfatoriamente transmitidas. Há evidências de que a operadora de telefonia esteja trabalhando com uma qualidade de serviço diferente do menor valor permitido pela norma da agência? Seja otimista e utilize um coeficiente de segurança de **95%**.



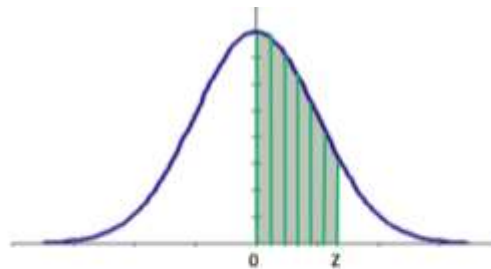
# Tabela da Distribuição t-Student



Graus de Liberdade	$\alpha$										
	25%	12,5%	10,0%	5,0%	2,5%	1,25%	1,0%	0,5%	0,25%	0,1%	0,05%
1	1,000	2,414	3,078	6,314	12,706	25,452	31,821	63,657	127,321	318,309	636,619
2	0,816	1,604	1,886	2,920	4,303	6,205	6,965	9,925	14,089	22,327	31,599
3	0,765	1,423	1,638	2,353	3,182	4,177	4,541	5,841	7,453	10,215	12,924
4	0,741	1,344	1,533	2,132	2,776	3,495	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	0,727	1,301	1,476	2,015	2,571	3,163	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	0,718	1,273	1,440	1,943	2,447	2,969	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	0,711	1,254	1,415	1,895	2,365	2,841	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	0,706	1,240	1,397	1,860	2,306	2,752	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	0,703	1,230	1,383	1,833	2,262	2,685	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	0,700	1,221	1,372	1,812	2,228	2,634	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	0,697	1,214	1,363	1,796	2,201	2,593	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	0,695	1,209	1,356	1,782	2,179	2,560	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	0,694	1,204	1,350	1,771	2,160	2,533	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	0,692	1,200	1,345	1,761	2,145	2,510	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	0,691	1,197	1,341	1,753	2,131	2,490	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	0,690	1,194	1,337	1,746	2,120	2,473	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	0,689	1,191	1,333	1,740	2,110	2,458	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	0,688	1,189	1,330	1,734	2,101	2,445	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	0,688	1,187	1,328	1,729	2,093	2,433	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	0,687	1,185	1,325	1,725	2,086	2,423	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	0,686	1,183	1,323	1,721	2,080	2,414	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	0,686	1,182	1,321	1,717	2,074	2,405	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	0,685	1,180	1,319	1,714	2,069	2,398	2,500	2,807	3,104	3,485	3,768
24	0,685	1,179	1,318	1,711	2,064	2,391	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	0,684	1,178	1,316	1,708	2,060	2,385	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	0,684	1,177	1,315	1,706	2,056	2,379	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	0,684	1,176	1,314	1,703	2,052	2,373	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	0,683	1,175	1,313	1,701	2,048	2,368	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	0,683	1,174	1,311	1,699	2,045	2,364	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	0,683	1,173	1,310	1,697	2,042	2,360	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
40	0,681	1,167	1,303	1,684	2,021	2,329	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
50	0,679	1,164	1,299	1,676	2,009	2,311	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496
60	0,679	1,162	1,296	1,671	2,000	2,299	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
100	0,677	1,157	1,290	1,660	1,984	2,276	2,364	2,626	2,871	3,174	3,390
150	0,676	1,155	1,287	1,655	1,976	2,264	2,351	2,609	2,849	3,145	3,357
300	0,675	1,153	1,284	1,650	1,968	2,253	2,339	2,592	2,828	3,118	3,323
$\infty$	0,67	1,15	1,28	1,64	1,96	2,24	2,33	2,58	2,81	3,09	3,29



# Tabela da Distribuição Normal



Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990



## Tabela da Distribuição Qui-Quadrado

$\nu$	$\alpha$					
	0,99	0,95	0,90	0,10	0,05	0,01
1	0,0002	0,0039	0,0158	2,706	3,841	6,635
2	0,0201	0,103	0,211	4,605	5,991	9,210
3	0,115	0,352	0,584	6,251	7,815	11,345
4	0,297	0,711	1,064	7,779	9,488	13,277
5	0,554	1,145	1,610	9,236	11,070	15,086
6	0,872	1,635	2,204	10,645	12,592	16,812
7	1,239	2,167	2,833	12,017	14,067	18,475
8	1,646	2,733	3,490	13,362	15,507	20,090
9	2,088	3,325	4,168	14,684	16,919	21,666
10	2,558	3,940	4,865	15,987	18,307	23,209
11	3,053	4,575	5,578	17,275	19,675	24,725
12	3,571	5,226	6,304	18,549	21,026	26,217
13	4,107	5,892	7,042	19,812	22,362	27,688
14	4,660	6,571	7,790	21,064	23,685	29,141
15	5,229	7,261	8,547	22,307	24,996	30,578
16	5,812	7,962	9,312	23,542	26,296	32,000
17	6,408	8,672	10,085	24,769	27,587	33,409
18	7,015	9,390	10,865	24,769	27,587	33,409
19	7,633	10,117	11,651	27,204	30,144	36,191
20	8,260	10,851	12,443	28,412	31,410	37,566
21	8,897	11,591	13,240	29,615	32,671	38,932
22	9,542	12,338	14,041	30,813	33,924	40,289
23	10,196	13,091	14,848	32,007	35,172	41,638
24	10,856	13,848	15,659	33,196	36,415	42,980
25	11,524	14,611	16,473	34,382	37,652	44,314
26	12,198	15,379	17,292	35,563	38,885	45,642
27	12,879	16,151	18,114	36,741	40,113	46,963
28	13,565	16,928	18,939	37,916	41,337	48,278
29	14,256	17,708	19,768	39,087	42,557	49,588
30	14,953	18,493	20,599	40,256	43,773	50,892
40	22,164	26,509	29,051	51,085	55,758	63,691
50	29,707	34,764	37,689	63,167	67,505	76,154
60	37,485	43,188	46,459	74,397	79,082	88,379