



www.estudar.com.vc

Cálculo 2

Curvas

Lista de Exercícios





1. Imagem de Curvas

Elaboração própria

Desenhe as imagens das seguintes curvas, indicando o sentido do percurso:

- $\gamma(t) = (t, 1), t \in \mathbb{R}$
- $\gamma(t) = (\sin t, (\sin t)^2), t \in \mathbb{R}$
- $\gamma(t) = (\sin t, (\cos t)^2 + 2), t \in \mathbb{R}$

2. Imagem de Curvas

P1 2013 - Questão 3

Esboce as imagens das seguintes curvas planas. Justifique.

- $\gamma(t) = (\ln(t^2 + 1), t^2 + 3), t \in \mathbb{R}$
- $\gamma(t) = (\operatorname{tg} t, 3 \operatorname{sec} t), t \in]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$

3. Parametrização

Lista de Exercícios 01 - Adaptado

Parametrize as curvas abaixo:

- $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 = 4, y \geq -x \text{ e } y \geq x\}$.
- $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: xy = 1, x < 10 \text{ e } y > -10\}$.
- $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 + z^2 = 1 \text{ e } z = x + 1\}$.

4. Parametrização e Reta Tangente a uma Curva

P1 2015 - Questão 2 - Adaptada

Considere a superfície $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 1$ e a parte do cone $x^2 + y^2 - z^2 = 0$, com $z \geq 0$. Seja C a curva dada pelas intersecções destas superfícies.

- Determine uma parametrização para a curva C , explicitando seu domínio.



b. Escreva a equação da reta tangente à curva no ponto $P = (0,1,1)$.

5. Parametrização e Reta Tangente a uma Curva

Questão 2 - P1 2016 - Adaptada

Seja C a curva dada pela interseção dos gráficos das funções $f(x, y) = x^2 - y^2$ e $g(x, y) = 1 - x^2 - 2y^2$.

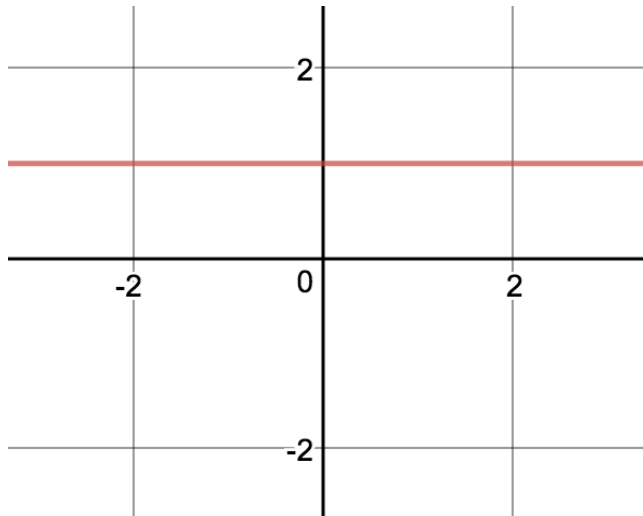
a. Determine uma parametrização para C .

b. Determine, caso existam, todos os pontos de C nos quais a reta tangente é paralela ao eixo Ox . Escreva a equação da reta tangente em tais pontos.

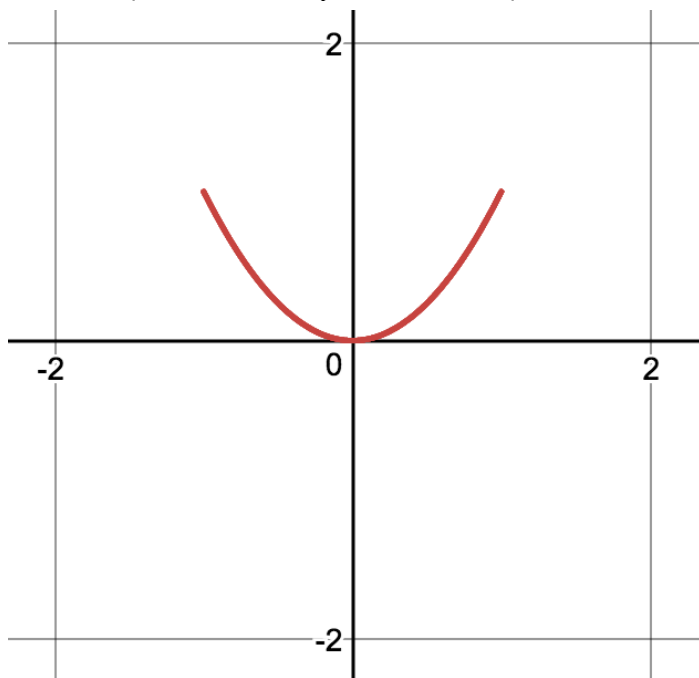


Gabarito

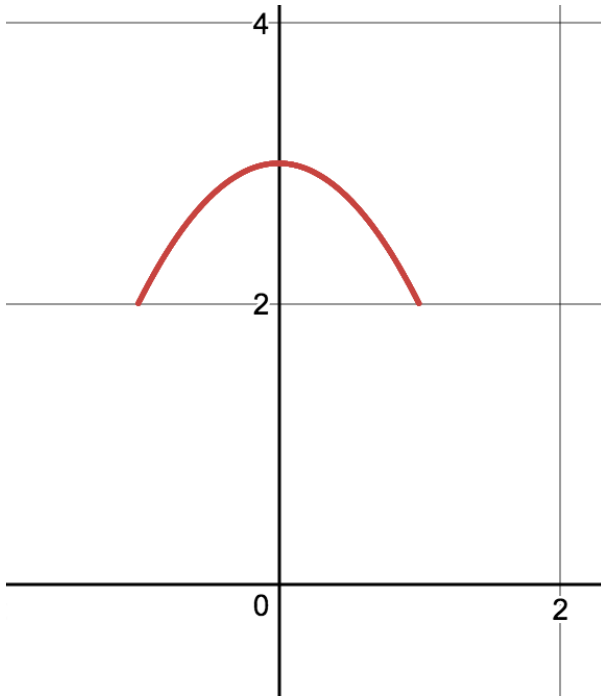
1.



a.

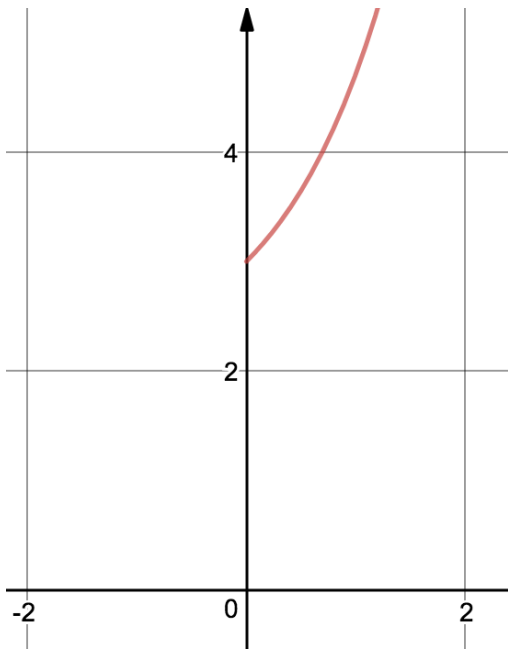


b.

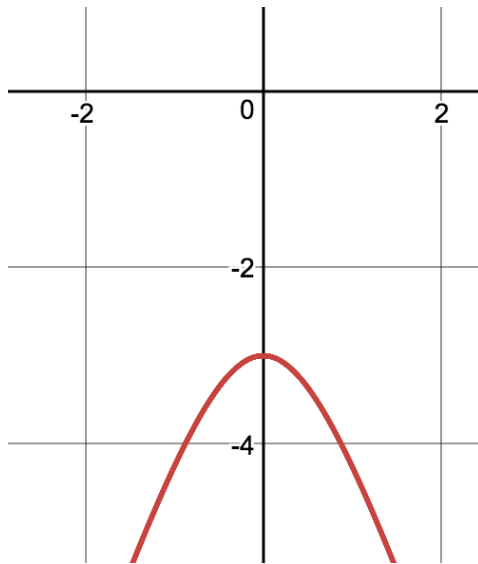


c.

2.



a.



b.

3.

a. $\gamma(t) = (2 \cos t, 2 \sin t), t \in [\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$

b. $\gamma(t) = (t, \frac{1}{t}), t \in]-\infty, -\frac{1}{10}[$

c. $\gamma(t) = (\frac{1}{2} \cos t - 1, \frac{\sqrt{2}}{2} \sin t, \frac{1}{2}(\cos t + 1)), t \in [0, 2\pi[$

4.

a. $\gamma(t) = (\frac{1}{2} \cos t, \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin t, \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin t}), t \in [0, 2\pi]$

b. $(x, y, z) = (0, 1, 1) + \lambda(-1, 0, 0), \lambda \in \mathbb{R}$

5.

a. $\gamma(t) = (\frac{\sqrt{2}}{2} \cos t, \sin t, \frac{1}{2}(\cos t)^2 - (\sin t)^2), t \in [0, 2\pi]$

b. $r_P: X = (0, 1, -1) + \lambda(1, 0, 0), \lambda \in \mathbb{R}$

$r_Q: X = (0, -1, -1) + \lambda(1, 0, 0), \lambda \in \mathbb{R}$