



[www.estudar.com.vc](http://www.estudar.com.vc)

# Técnicas de Integração

## Exercício 7e Integral Imprópria Resolução





7. Calcule as seguintes integrais impróprias, indicando o resultado (caso sejam convergentes), ou mostrando que são divergentes.

e.  $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$

Nenhum dos limites de integração tende a  $\pm\infty$ , mas o integrando  $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$  **não está definido** no limite de integração inferior  $x = 1$ .

De fato,

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x-1}} = \infty$$

Isto significa que a função  $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$  possui uma **assíntota vertical** em  $x = 1$ , o que justifica o fato de a integral que se pretende calcular ser imprópria.

O procedimento para o cálculo continua o mesmo:

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx = \lim_{t \rightarrow 1^+} \int_t^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$$

Uma primitiva de  $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$  é  $2\sqrt{x-1}$ .

Logo,

$$\lim_{t \rightarrow 1^+} \int_t^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx = \lim_{t \rightarrow 1^+} [2\sqrt{x-1}]_t^2 = 2 \lim_{t \rightarrow 1^+} (1 - \sqrt{t-1})$$



$$= 2 \cdot (1 - 0) = 2$$

**Resposta esperada: 2**