www.estudar.com.vc

# Resumo e Lista de Exercícios

## Álgebra Linear II

Fuja do Nabo P1 2018.2

www.estudar.com.vc

## Resumo

Para fins gerais, considere $V$ um espaço vetorial e uma transformação $T: V \to W$.

## 1. Produto Interno

É uma operação definida entre vetores e que retorna um número. Qualquer operação pode ser um produto interno, desde que atenda à essas propriedades:

I. $< \lambda u, v > = \lambda < v, u >$;
II. $< u, v + w > = < u, v > + < u, w >$;
III. $< u, v > = < v, u >$;
IV. $< u, u > \geq 0 \;\; e \;\; < u, u > = 0 \Leftrightarrow u = 0_V$.

**a.** Exemplos de Produto Interno

$$\mathbb{R}^n: < (x_1, x_2, \dots, x_n), (y_1, y_2, \dots, y_n) > = x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_ny_n$$

$$\mathbb{M}^2: < \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} > = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{12} + a_{21}b_{21} + a_{22}b_{22}$$

$$\mathbb{P}^n: < p, q > = p(x_1)q(x_1) + p(x_2)q(x_2) + \cdots + p(x_{n+1})q(x_{n+1})$$

*Observação*: $x_1, x_2, \dots, x_{n+1} \in \mathbb{R}$ são números quaisquer nos quais calculamos o polinômios e então fazemos a soma de produtos acima. Como os polinômios $p, q \in \mathbb{P}^n$, eles têm grau menor ou igual a $n$, ou seja, podem ter $n$ raízes reais. Para garantir que o produto interno acima não dê zero, basta pegar, no mínimo, $n + 1$ pontos.

$$\mathbb{P}^n: < p, q > = \int_0^a p(t)q(t)dt$$

$$\mathcal{C}[a, b]: < f, g > = \int_a^b f(t)g(t)dt$$

**b.** Consequências da Definição de Produto Interno

I. Módulo: $\|v\| = \sqrt{< v, v >}$;
II. Desigualdade de Cauchy-Schwarz: $|< u, v >| \leq \|u\|\|v\|$;
III. Desigualdade Triangular: $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$.

## 2. Ortogonalidade e Subespaços Ortogonais

Dizemos que dois vetores $u$ e $v$ de um mesmo subespaço são ortogonais entre si quando o **produto interno** entre eles é igual a **zero**:

$$< u, v > = 0$$

Em relação a subespaços ortogonais, achar o subespaço ortogonal a $S$ consiste em encontrar um conjunto de vetores que são ortogonais aos vetores de uma base de $S$. Por exemplo, tome o subespaço:

$$S = [(1,2,0); (0,1,2); (0,2,4)]$$

Procuramos o subespaço $S^\perp$ que é definido por:

$$S^\perp = \{v \in \mathbb{R}^3 : v \perp w, \forall\, w \in S\}$$

Ou seja, são todos os vetores $v$ que são ortogonais a **todos** os vetores $w$ de $S$. Para calcular isso, basta tomar $v = (x, y, z)$, com $x, y, z$ arbitrários e impor que ele é ortogonal a todos os vetores que são **base** de $S$. Como $S$ é gerado por três vetores, mas sabemos claramente que um deles é LD com os demais, podemos escrever:

$$S = [(1,2,0); (0,1,2)]$$

Façamos $y_1 = (1,2,0)$ e $y_2 = (0,1,2)$. Impondo ortogonalidade teremos:

$$\begin{cases} < v, y_1 > = 0 \\ < v, y_2 > = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} < (x,y,z), (1,2,0) > = 0 \\ < (x,y,z), (0,1,2) > = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases}$$

Temos a solução: $y = -2z$ e $x = 4z$. Logo, temos que:

$$S^{\perp} = [(x,y,z)] = [(4z, -2z, z)] = [(4, -2,1)]$$

**a.** Propriedades de Subespaços Ortogonais
A partir da nossa definição de subespaços ortogonais, podemos perceber algumas características deles:

I. $S \cap S^{\perp} = \{0\}$;
II. $V = S \oplus S^{\perp}$ - O espaço vetorial $V$, onde estão $S$ e $S^{\perp}$, é soma direta desses subespaços;
III. Se $B$ é base de $S$ e $C$ é base de $S^{\perp}$, então $B \cup C$ é base de $V$.

## 3. Projeção de um Vetor sobre Outro

Sejam $v$ e $w$ dois vetores. Define-se a projeção de $v$ sobre $w$ como:

$$proj_w v = \frac{< v, w >}{||w||^2} w$$

## 4. Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

O processo de Gram-Schmidt é um método para construir bases ortogonais a partir de uma base não ortogonal. Seja a base não ortogonal $B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$.

Construiremos a base $C = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, ortogonal, de modo que:

$$w_1 = v_1$$

$$w_2 = v_2 - proj_{\,w_1} v_2$$

$$w_3 = v_3 - proj_{w_1} v_3 - proj_{w_2} v_3$$

$$w_n = v_n - \sum_{j=1}^{n-1} proj_{w_j} v_n$$

Repare, que basta tomar cada vetor da base $B$ e retirar a projeção deste vetor dos vetores $w$ calculados anteriormente.

## 5.Projeção Ortogonal

A projeção ortogonal é a solução para o problema da melhor aproximação.

Queremos encontrar o vetor de um subespaço que seja o mais próximo de um vetor fora desse subespaço. Por exemplo, imagine que você possui um polinômio de segundo grau e deseja descobrir qual o polinômio de primeiro grau que melhor aproxima esse polinômio de grau 2.

Isso consiste em **projetar** esse polinômio sobre o espaço dos polinômios de grau 1.

Então, seja $S$ o subespaço cuja base é: $C = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. É necessário que $C$ seja **ortogonal**. Então, a projeção ortogonal de $w$ sobre $S$ é calculada como:

$$proj_S w = \frac{< w, v_1 >}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{< w, v_2 >}{\|v_2\|^2} v_2 + \cdots + \frac{< w, v_n >}{\|v_n\|^2} v_n$$

## 6. Método da Melhor Aproximação

Temos outro método para obter a projeção ortogonal de um vetor sobre um subespaço, sem ser necessário encontrar uma base ortogonal.

Para isso, basta ter uma base não ortogonal $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ de um subespaço $S$. Com isso, a melhor aproximação de um vetor $v$ que não está em $S$ é $(a, b, c)$, onde obtemos esses valores da seguinte forma:

$$< v, v_1 > = a < v_1, v_1 > \ +b < v_2, v_1 > \ +c < v_3, v_1 >$$

$$< v, v_2 > = a < v_1, v_2 > \ +b < v_2, v_2 > \ +c < v_3, v_2 >$$

$$< v, v_2 > = a < v_1, v_3 > \ +b < v_2, v_3 > \ +c < v_3, v_3 >$$

A partir dessas equações, obtemos os valores de $a, b$ e $c$, e então:

$$proj_S v = av_1 + bv_2 + cv_3$$

## 7. Transformações Lineares

Transformações $T: V \rightarrow W$ são operações que levam um vetor de um subespaço $V$ para outro subespaço $W$.

$T$ é linear se:

I. $T(u+v) = T(u) + T(v)$;
II. $T(\lambda u) = \lambda T(u)$.

Para quaisquer $u, v \in V$.

Percebe-se, então, que sempre em transformações lineares temos que:

$$T(0_V) = 0_W$$

**a.** Núcleo de uma Transformação
O núcleo (ou *kernel*) de uma transformação linear é um subespaço de $V$.
Define-se o núcleo por:

$$Ker\ T = \{todos\ v \in V : T(v) = 0_W\}$$

Em outras palavras, são todos os vetores que “levam” no zero.

**b.** Imagem de uma Transformação
Define-se imagem por:

$$Im\ (T) = \{todos\ w \in W : existe\ um\ v \in V\ tal\ que\ T(v) = w\}$$

**c.** Teorema do Núcleo e da Imagem

Ele se refere às dimensões dos espaços envolvidos:

$$\dim(V) = \dim\big(Ker\ (T)\big) + \dim\big(Im\ (T)\big)$$

Onde $V$ é o domínio da transformação.

**d.** Injetividade

Diz-se que uma transformação é injetora se, e somente se:

$$Para\ u \neq v\ \Rightarrow T(u) \neq T(v)$$

Ou seja, não podemos ter "imagens repetidas". Isso equivale a dizer que:

$$T \text{ é } injetora\ \Leftrightarrow\ \dim\big(Ker\ (T)\big) = 0$$

**e.** Sobrejetividade

Dizemos que $T$ é sobrejetora se, e somente se:

$$Im\ (T) = W \Leftrightarrow \dim(Im\ (T)) = \dim(W)$$

Se uma transformação $T$ é tanto injetora quanto sobrejetora, dizemos que ela é bijetora e então:

$$\dim(V) = \dim(W) = \dim(Im\ (T))$$

## 8. Operadores Lineares

São transformações que saem e chegam no mesmo espaço, ou seja, são do tipo:

$$T: V \to V$$

Para eles, temos algumas condições especiais:

$$T \text{ é } injetora \iff T \text{ é } sobrejetora \iff T \text{ é } bijetora$$

Se preferir, pode pensar que: se um operador é alguma dessas coisas acima, ele é, automaticamente, todas elas ao mesmo tempo.

## 9. Matriz de uma Transformação

Essa matriz é um jeito de codificar a transformação. Tome $T: V \to W$, com $B$ sendo uma base de $V$ e $C$ sendo uma base de $W$. Seja então:

$$B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \text{ e } C = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$$

O algoritmo de construção da matriz é:

I. Tome as imagens dos vetores da base $B \to T(v_1) = u_1, \dots, T(v_n) = u_n$;
II. Decomponha os vetores das imagens na base $C$:

$$u_1 = \alpha_1 w_1 + \cdots + \alpha_m w_m, \quad u_2 = \beta_1 w_1 + \cdots + \beta_m w_m, \quad \dots,$$

$$u_n = \gamma_1 w_1 + \cdots + \gamma_m w_m$$

III. Coloque os escales obtidos nas colunas na ordem crescente ($u_1$ primeiro):

$$[T]_{BC} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \cdots & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \cdots & \gamma_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_m & \beta_m & \cdots & \gamma_m \end{bmatrix}$$

Repare nos seguintes fatos:

I. $[T]_{BC}$ tem tamanho $m \times n$, ou seja, ela tem tantas linhas quantos vetores da base de chegada $C$ (tínhamos $m$ vetores) e tantas colunas quantos vetores da base de saída $B$ (tínhamos $n$ vetores);
II. A matriz trabalha com os escalares que multiplicam os vetores das bases e não com os vetores propriamente ditos;
III. A matriz é suscetível à escolha de bases.

**a.** Utilização da Matriz de uma Transformação
A matriz serve para que possamos computar a transformação da seguinte maneira:

$$[T(v)]_C = [T]_{BC} \cdot [v]_B$$

Com $B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ e $C = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$. É necessário notar que $[v]_B$ corresponde às coordenadas do vetor $v$ na base $B$. Então, se:

$$v = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_n v_n$$

Temos que:

$$[v]_B = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}$$

**b.** Encontrando o Núcleo através da Matriz

O núcleo corresponde aos vetores que "levam" no zero. Para encontrá-lo usando a matriz, basta escrever o vetor $v$ como uma incógnita do tipo:

$$v = (x_1, x_2, \dots, x_n)_B$$

Então, igualamos tudo a zero e teremos um sistema linear homogêneo:

$$[T]_{BC} \cdot [v]_B = [T(v)]_C \iff$$

$$\iff \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \cdots & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \cdots & \gamma_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_m & \beta_m & \cdots & \gamma_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_C \iff$$

$$\iff \begin{cases} \alpha_1 x_1 + \beta_1 x_2 + \cdots + \gamma_1 x_n = 0 \\ \alpha_2 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \gamma_2 x_n = 0 \\ \vdots \\ \alpha_m x_1 + \beta_m x_2 + \cdots + \gamma_m x_n = 0 \end{cases}$$

Ao final, você encontrará condições para as variáveis $x_1, x_2, \dots, x_n$. Então, você pode escrever o conjunto gerador do núcleo.

**c.** Encontrando a Imagem através da Matriz

O conjunto gerador da imagem corresponde às imagens dos vetores da base de saída $B$. Para encontrá-lo usando a matriz, basta tomar cada vetor da base escrito nela própria. Repare agora que se $B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, podemos concluir que:

$$v_1 = (1, 0, \dots, 0)_B, v_2 = (0, 1, \dots, 0)_B, \dots, v_n = (0, 0, \dots, 1)_B$$

Isso pois um vetor da base, escrito nela própria, é uma vez ele próprio.

Então podemos tomar cada uma das imagens e o conjunto de todas elas será o conjunto gerador da Imagem. Logo:

$$Im\ (T) = [T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_n)]$$

# Lista de Exercícios

## 1. Definição Produto Interno

*P2 2017 Poli USP, Álgebra Linear II, Exercício 12*

Considere as seguintes afirmações:

**I.** A função $<\cdot;\cdot>$ definida por:

$$< p, q > = p(-1)q(-1) + p(0)q(0) + p(1)q(1)$$

para quaisquer $p, q \in P_3(\mathbb{R})$, é um produto interno em $P_3(\mathbb{R})$;

**II.** A função $<\cdot;\cdot>$ definida por:

$$< p, q > = \int_0^5 p(t)q(t)dt$$

para quaisquer $p, q \in P_4(\mathbb{R})$, é um produto interno em $P_4(\mathbb{R})$;

**III.** A função $<\cdot;\cdot>$ definida por:

$$< a + bt + ct^2, a' + b't + c't^2 > = aa' - bb' + 3cc'$$

para quaisquer $a, b, c, a', b', c' \in \mathbb{R}$, é um produto interno em $P_2(\mathbb{R})$.

Assinale a alternativa correta:

**A.** Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
**B.** Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
**C.** Apenas a afirmação II é verdadeira.
**D.** Apenas a afirmação I é verdadeira.
**E.** Apenas as afirmações II e III são verdadeiras.

## 2. Propriedades Produto Interno

*P2 2017 Poli USP, Álgebra Linear II, Exercício 1*

Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido de um produto interno $<\cdot;\cdot>$ com respeito ao qual a base:

$$B = \{(1,0,1), (0,1,1), (0,1,0)\}$$

Seja ortonormal. Temos que $< (1,2,3), (1,2,3) >$ é igual a:

**A.** $6$
**B.** $35$
**C.** $14$
**D.** $1$
**E.** $5$

## 3. Subespaços Ortogonais

*P2 2017 Poli USP, Álgebra Linear II, Exercício 2*

Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por:

$$\left\langle \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} \right\rangle = aa' + bb' + cc' + dd'$$

para quaisquer matrizes pertencentes a $M_2(\mathbb{R})$. Se $S$ for o subespaço vetorial de $M_2(\mathbb{R})$ dado por:

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} a + b - c & 2a - c \\ 5a - 3b - c & -a - 3b + 2c \end{pmatrix} : a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

Então $S^\perp$ será igual a:

**A.** $\left[\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right]$

**B.** $\left[\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\right]$

**C.** $\left[\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]$

**D.** $\left[\begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\right]$

**E.** $\left[\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\right]$

## 4. Questão Teórica

*P1 2016 Poli USP, Álgebra Linear II, Exercício 5*

Seja $V$ um espaço vetorial munido de um produto interno $<\cdot;\cdot>$ e considere as seguintes afirmações:

**I.** Para quaisquer $v, w \in V$, vale que:

$$\|v + w\|^2 + \|v - w\|^2 = 2(\|v\|^2 + \|w\|^2);$$

**II.** Para quaisquer $v, w \in V$, vale que $v$ é ortogonal a $w$ se, e somente se:

$$\|v + w\| = \|v - w\|;$$

**III.** Se $S_1$ e $S_2$ são subespaços de $V$, tais que $S_1 \subset S_2$, então ${S_1}^\perp \subset {S_2}^\perp$.

Assinale a alternativa correta:

**A.** Apenas a afirmação I é verdadeira.
**B.** Todas as afirmações são verdadeiras.
**C.** Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
**D.** Apenas as afirmações II e III são verdadeiras.
**E.** Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.

## 5. Melhor Aproximação

*P1 2016 Poli USP, Álgebra Linear II, Exercício 4*

Considere o espaço vetorial $P(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por:

$$< p, q >= \int_0^1 p(t)q(t)dt \, , p, q \in P(\mathbb{R})$$

Se $a, b \in \mathbb{R}$ são tais que $q(t) = a + bt$ é o elemento de $P_1(\mathbb{R})$ mais próximo de $p(t) = t^4$, então $a + b$ é igual a:

**A.** $\frac{1}{5}$
**B.** $\frac{2}{5}$
**C.** $\frac{3}{5}$
**D.** $\frac{4}{5}$
**E.** $1$

## 6. Ortogonalização por Gram-Schimdt

*P3 2017 Poli USP, Álgebra Linear II, Exercício 14*

Seja $V$ o espaço vetorial de todas as funções deriváveis $f: [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ tais que a derivada $f'$ seja contínua e $f(0) = 0$. Considere $V$ munido do produto interno definido por:

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f'(x) g'(x) dx,$$

Para quaisquer $f, g \in V$. Seja $W$ o subespaço vetorial de $V$ gerado por:

$$\{x, \sin x, \sin 2x\}$$

Assinale a alternativa correspondente a uma base ortonormal de $W$:

**A.** $\left\{\frac{1}{2\pi}(x + x^2), \frac{1}{2\pi}(x - x^2), \frac{1}{2\pi}\sin 2x\right\}$
**B.** $\left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}x, \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sin x, \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\sin 2x\right\}$
**C.** $\{x, x + \sin x, x + \sin 2x\}$
**D.** $\left\{\frac{1}{2\pi}(1 - \cos x), \frac{1}{2\pi}x\sin x, \frac{1}{2\pi}x\sin 2x\right\}$
**E.** $\left\{\frac{1}{2\sqrt{\pi}}(x + \sin x), \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\ x - \sin x, \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\sin 2x\right\}$

## 7. Projeção Ortogonal

*P2 2016 Poli USP, Álgebra Linear II, Exercício 2*

Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido de seu produto interno usual e seja $S$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = [(2,1,-1,2),(-1,2,-2,-1)];$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ são tais que:

$$(6,-4,2,2) = v + w$$

E se $w = (a,b,c,d)$, então $a + b + c + d$ é igual a:

**A.** $-4$
**B.** $-6$
**C.** $2$
**D.** $8$
**E.** $-2$

## 8. Transformação Linear

*P1 2017 Poli USP, Álgebra Linear II, Exercício 11*

Seja $T: P_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}_3$ a transformação linear tal que:

$$T(1-2t) = (1,1,0),\ T(2+t^2) = (1,0,1) \text{ e } T(3t-t^2) = (0,1,1)$$

Temos que $T(7+7t+7t^2)$ é igual a:

**A.** $(-1,6,-5)$
**B.** $(1,6,-5)$
**C.** $(-1,-6,-5)$
**D.** $(-1,-6,5)$
**E.** $(1,-6,5)$

## 9. Núcleo e Imagem

*P1 2017 Poli USP, Álgebra Linear II, Exercício 2*

Seja $T: P_3(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear dada por:

$$T(a + bt + ct^2 + dt^3) = \begin{pmatrix} a+d & b-c \\ c+d & a-b \end{pmatrix}$$

Para quaisquer $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

**A.** $T$ é injetora

**B.** $\dim\big(Ker(T)\big) = 2$

**C.** $T$ é sobrejetora

**D.** $\dim\big(Im(T)\big) < \dim\,(Ker(T))$

**E.** $\dim\big(Im(T)\big) = 3$

## 10. Núcleo e Imagem

*P1 2017 Poli USP, Álgebra Linear II, Exercício 8*

Considere as seguintes afirmações:

**I.** Existe uma transformação linear $T: P_6(\mathbb{R}) \rightarrow P_6(\mathbb{R})$ tal que:

$$\mathrm{Ker}(T) = Im(T);$$

**II.** Se $V$ for um espaço vetorial de dimensão finita e $T: V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que $\mathrm{Ker}(T) \cap Im(T) = \{0\}$, então:

$$V = Ker(T) + Im(T);$$

**III.** Existe uma transformação linear bijetora $T: P_8(\mathbb{R}) \rightarrow M_{4x2}(\mathbb{R})$.

Assinale a alternativa correta:

**A.** Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
**B.** Todas as afirmações são falsas.
**C.** Apenas a afirmação III é verdadeira.
**D.** Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
**E.** Apenas a afirmação II é verdadeira.

## 11. Núcleo e Imagem

*P1 2017 Poli USP, Álgebra Linear II, Exercício 10*

Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ e $T: \mathbb{R}_3 \rightarrow\ P_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$T(1,0,0) = 1 + 3t + t^2$$

$$T(1,2,0) = -1 + t + 3t^2 \text{ e } T(1,2,3) = 1 + at + bt^2$$

Temos que $T$ será injetora se, e somente se:

**A.** $a - b = 2$
**B.** $a - b \neq 2$
**C.** $a + b \neq 4$
**D.** $a + b = 4$
**E.** $a \neq b$