www.estudar.com.vc

Resumo e Lista de Exercícios

Mecânica I

Fuja do Nabo P1 2018.2

Resumo

1. Vetores

a. Módulo

$$\left|\vec{A}\right| = (x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}) = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$$

b. Produto Vetorial com Incógnita Vetorial

Dada a equação vetorial $\vec{x} \wedge \vec{u} = \vec{v}$, a solução da equação vetorial é:

$$\vec{x} = \frac{\vec{u} \ \wedge \ \vec{v}}{|\vec{u}|^2} + \alpha \cdot \vec{u}, \ \alpha \in \mathbb{R}$$

c. Produto Escalar

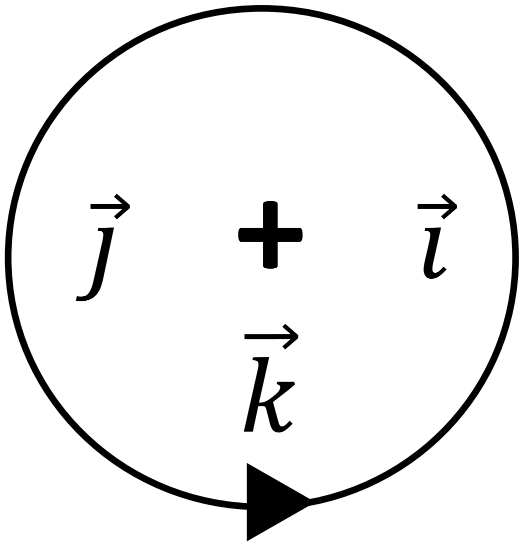
$$\left(x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}\right) \cdot \left(a\vec{\imath} + b\vec{\jmath} + c\vec{k}\right) = ax + by + cz$$

$\vec{A} \ \cdot \ \vec{B} = \left|\vec{A}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot \cos\theta$, sendo θ o ângulo entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$

d. Produto Vetorial

É uma operação entre dois vetores que resulta em um vetor. O vetor resultante será perpendicular ao plano formado pelos vetores.

Nessa operação, multiplica-se os módulos, a direção é o versor seguinte e o sinal é dado pela direção positiva indicada na figura a seguir. Vetores na mesma direção têm produto vetorial nulo.



$$\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = \left|\vec{A}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot \operatorname{sen}\theta, \text{ sendo } \theta \text{ o ângulo entre } \vec{A} \text{ e } \vec{B}$$

Exemplo:

$$(x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}) \wedge (c\vec{k}) = yc\vec{\imath} - xc\vec{\jmath}$$

2. Sistemas de Forças e Estática

a. Força e Resultante

Força é definida por um vetor $\vec{F}$ e por um ponto de aplicação A, sendo representada por $(\vec{F}, A)$. A força produz o mesmo efeito se aplicada sobre qualquer ponto de sua linha de ação.

A resultante é um vetor sem ponto de aplicação dado por $\vec{R} = \sum \vec{F_i}$ em um corpo. Quando temos um eixo de coordenadas (plano ou espaço), temos a resultante em cada eixo:

$$\vec{R_x} = \sum \vec{F_x}\,;\ \vec{R_y} = \sum \vec{F_y}\,;\ \vec{R_z} = \sum \vec{F_z}$$

b. Momento Polar

Momento de uma força em relação a um polo O é definido por:

$$\vec{M}_O = \sum (P_i - O) \wedge \vec{F}_i$$

c. Mudança de Polo

Se tivermos o momento em relação a um polo e queremos calcular em relação a outro:

$$\vec{M}_A = \vec{M}_B + (B - A) \wedge \vec{R}$$

d. Momento em Relação a um Eixo

Temos um eixo passando por O e orientado pelo vetor unitário $\vec{u}$. O momento em relação a esse eixo é dado por:

$$M_u = \vec{M}_O \cdot \vec{u}$$

Veja que forças paralelas ou que cruzam o eixo não geram momento.

e. Invariante

Tendência de giro ao longo da resultante é a mesma.

$$I = \vec{M}_o \cdot \vec{R}$$

Sabe-se que se $I = 0$, o sistema será redutível a uma única força. Caso $I \neq 0$, o sistema não será redutível a uma única força.

f. Momento Mínimo

O momento mínimo é dado pela projeção do momento $\vec{M}_O$ (em qualquer polo) sobre o vetor da resultante. Lembrando do conceito de projeção ortogonal de Álgebra Linear I, o momento mínimo ($\vec{M}_E$) é:

$$\vec{M}_E = \left(\frac{\vec{R} \cdot \vec{M}_O}{\left|\vec{R}\right|^2}\right)\vec{R}$$

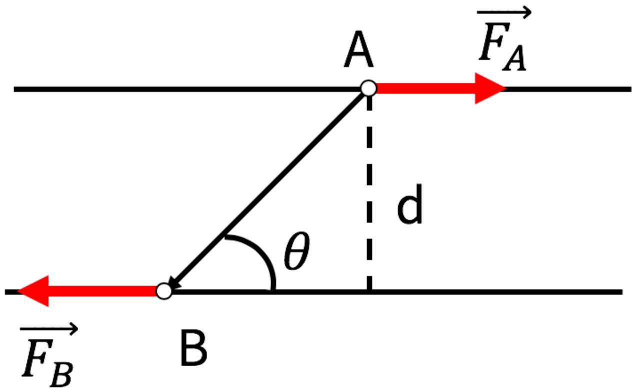
O momento mínimo ocorre no chamado eixo do momento mínimo (ou eixo central). Ele é dado por:

$$(E - O) = \frac{\vec{R} \times \vec{M}_O}{\left|\vec{R}\right|^2} + \alpha \cdot \vec{R}$$

Repare que esse é o lugar geométrico de uma reta.

g. Binário

O binário é um momento aplicado. Não aplica forças que contribuam na resultante. É gerado por duas forças opostas de mesmo módulo aplicadas em pontos diferentes.



O binário $\vec{M}$ age sobre todo o corpo, logo, ele entra no cálculo do momento:

$$\vec{M}_O = \sum (P_i - O) \wedge \vec{F}_i + \vec{M}$$

h. Sistemas Equivalentes

Caso 1: $\vec{R} = 0 \ e \ \overrightarrow{M_0} = 0$ → Corpo em repouso.

Caso 2: $\vec{R} = 0 \ e \ \overrightarrow{M_0} \neq 0$ → Redutível a um binário, igual a $\overrightarrow{M_0}$.

Caso 3: $\vec{R} \neq 0 \ e \ I = \vec{M}_O \cdot \vec{R} = 0$ → Redutível a uma única força.
Nesse caso, calculamos o lugar geométrico tal que $\vec{M}_E = 0$ utilizando a fórmula do eixo central e nele aplicamos a resultante.

Caso 4: $\vec{R} \neq 0 \ e \ I = \vec{M}_O \cdot \vec{R} \neq 0$ → Redutível a uma força e um binário
Reduz a um binário ($\vec{M}$) igual ao momento calculado $\left(\vec{M} = \vec{M}_O\right)$ e aplica a resultante em O.

i. Baricentro

O baricentro é o centro geométrico da figura, onde colocamos o ponto de aplicação da força peso. Suas coordenadas podem ser calculadas por:

$$x_G = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i};\ y_G = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i};\ z_G = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

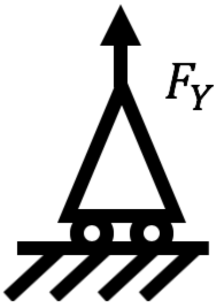
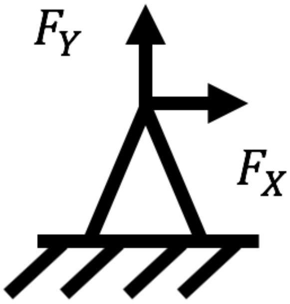
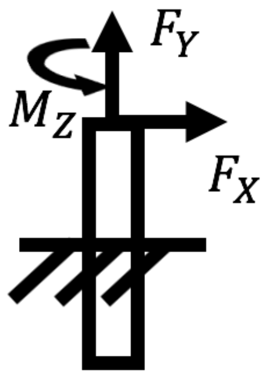
Em que m_i é a massa da parte i e seu centro (x_i, y_i, z_i).

j. Diagrama de Corpo Livre

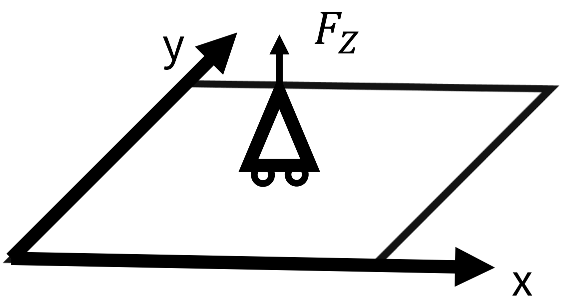
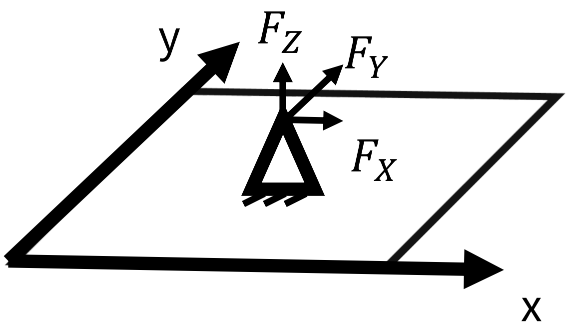
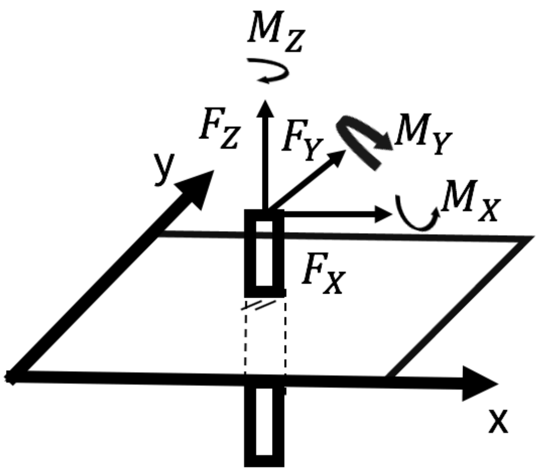
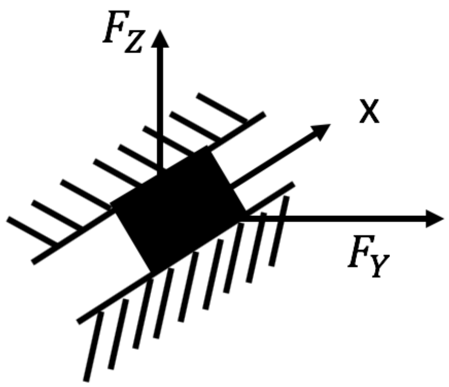
No desenho do DCL, devemos desenhar todas as forças e momentos (esforços) aplicados **no** corpo. Em equilíbrio estático, $\vec{R} = 0$ e $\vec{M}_O = 0$.

k. Vínculos

Os vínculos são mecanismos que restringem os graus de liberdade de um sistema. Nos exercícios, dão lugar a esforços. Em 2 dimensões, os elementos vinculares são:

Apoio Simples	Apoio Fixo (Articulação)	Engastamento
 Restringe uma translação a partir de 1 força normal	 Restringe duas translações a partir de 2 forças componentes	 Restringe tudo a partir de 2 forças componentes e 1 binário

Já em 3 dimensões:

Apoio Simples	Apoio Fixo (Articulação)
 Restringe uma translação a partir de 1 força normal	 Restringe todas as translações a partir de 3 forças componentes
Engastamento	**Anel**
 Restringe tudo a partir de 3 forças componentes e 3 binários componentes	 Restringe 2 translações a partir de 2 forças componentes

l. Método dos Nós

O método dos nós consiste em um método de solução de treliças isostáticas. Ele consiste nos seguintes passos:

I. Fazer o diagrama de forças em cada nó, colocando, para cada barra, as forças na direção de tração da mesma (caso ela só sofra forças externas nos nós);
II. Isolar um nó no qual tenha no máximo duas forças desconhecidas;
III. Resolver cada nó até encontrar todas as forças.

m. Método do Corte

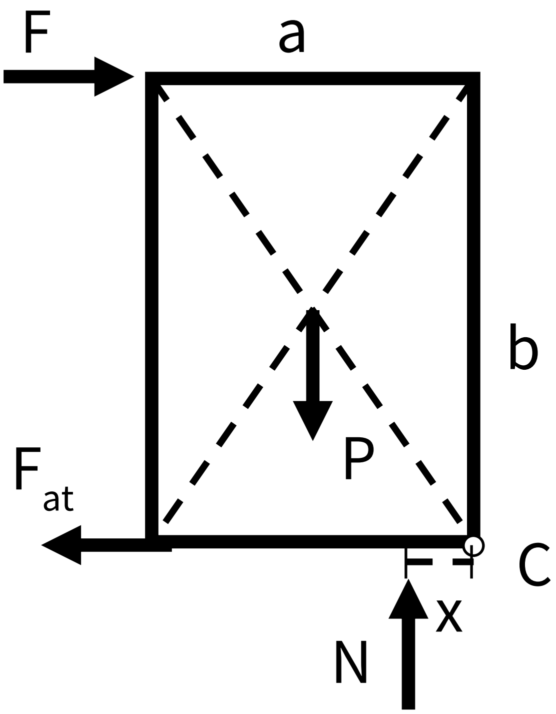
O método dos cortes consiste em um método de solução de treliças isostáticas. Ele consiste nos seguintes passos:

I. Dividis o sistema em 2, cortando, **no máximo**, 3 barras;
II. Resolver utilizando as forças ”externas”.

Para usar esse método, certifique-se de que as três barras não saiam do mesmo nó e que não sejam paralelas entre si.

n. Atrito

O atrito é uma força externa que surge devido à rugosidade. É tangente à superfície e tem sentido contrário à tendência de movimento.



Enquanto o bloco está parado, $|F_{at}| = |F|$, até o limite máximo dado pela relação de Coulomb $|F_{at}| \leq \mu N$. Para esse caso, temos dois limites de sistema em equilíbrio:

I. Limite de escorregamento: É o limite para que o corpo não translada na direção tangencial. Nele, usar a relação de $\vec{R}_x = \vec{0}$.

II. Limite de Tombamento: É o limite para o corpo não rodar em torno de uma de suas quinas. Para esse caso limite, a normal efetiva é aplicada em C (no exemplo acima). Aplicar $\vec{M}_C = \vec{0}$.

3. Hidrostática

a. Pressão

A pressão hidrostática depende do peso específico γ do líquido (tipo) e da profundidade do ponto onde queremos medir pressão h. Sua direção é normal à superfície ("esmaga"). Ela é dada pela Lei de Stevin:

$$P = \gamma h = \rho g h$$

b. Resultante

A resultante da pressão aplicada sobre uma superfície é o "volume" da figura gerada pelas pressões. Ela é aplicada, de forma equivalente, no baricentro dessa figura gerada.

Lista de Exercícios

1. Sistema de Forças

P1 2012 Mecânica I Poli USP

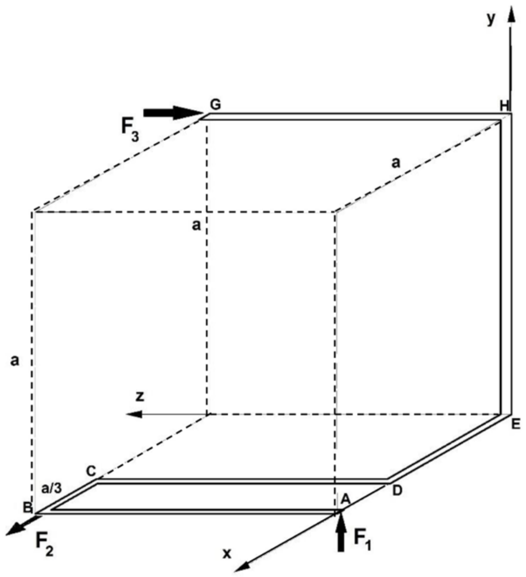
Considere o sistema de forças $(\vec{F}_i, P_i)$ dado por $\vec{F}_1 = F\vec{\imath}$, $\vec{F}_2 = F\vec{\jmath} + F\vec{k}$ e $\vec{F}_3 = F\vec{k}$. As forças estão aplicadas nos pontos: $P_1(a, 0, a)$, $P_2(0, a, a)$ e $P_3(0,0, a)$, respectivamente. Pede-se:

a. Calcular a resultante do sistema de forças, o momento em relação ao polo $O(0, 0, 0)$.
b. Verificar se o sistema é redutível a uma única força. Justificar.
c. Calcular o momento em relação ao polo $D(0, a, a)$.
d. Determinar o lugar geométrico dos pontos e onde o momento do sistema de forças é mínimo.

2. Sistema de Forças

P1 2015 Mecânica I Poli USP

A barra $ABCDEHG$ está sob a ação do sistema de forças $(\vec{F}_1, A)$, $(\vec{F}_2, B)$, $(\vec{F}_3, G)$ Considerando $|\vec{F}_i| = F$, para $i = 1, 2, 3$, pede-se:



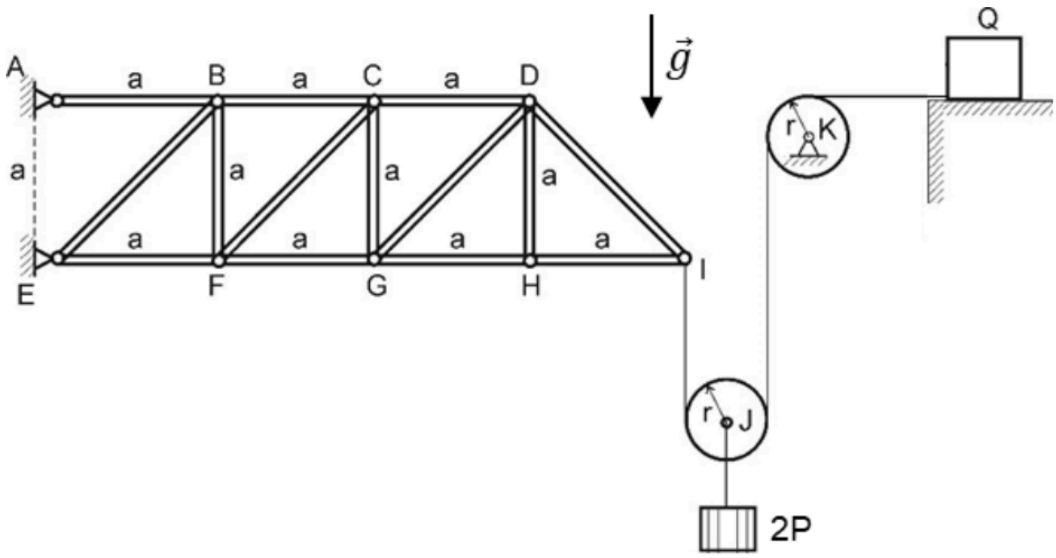
a. Calcular a resultante $\vec{R}$ e o momento $\vec{M}_E$ do sistema de forças em relação ao polo E.
b. Deseja-se restringir todos os movimentos da barra vinculando-a em um único ponto; pede- se:

I. Determinar o tipo de vínculo que deve ser empregado e justificar a escolha.
II. Determinar a posição na qual o vínculo deve ser colocado na barra de modo a minimizar as reações vinculares.
III. Calcular essas reações vinculares.

3. Treliças e Estática

P1 2017 Mecânica I Poli USP

Considere a treliça e o conjunto de polias e blocos indicados na figura abaixo. Os pesos das barras da treliça e das polias são admitidos desprezíveis e o fio que conecta a treliça aos demais componentes do sistema é ideal.



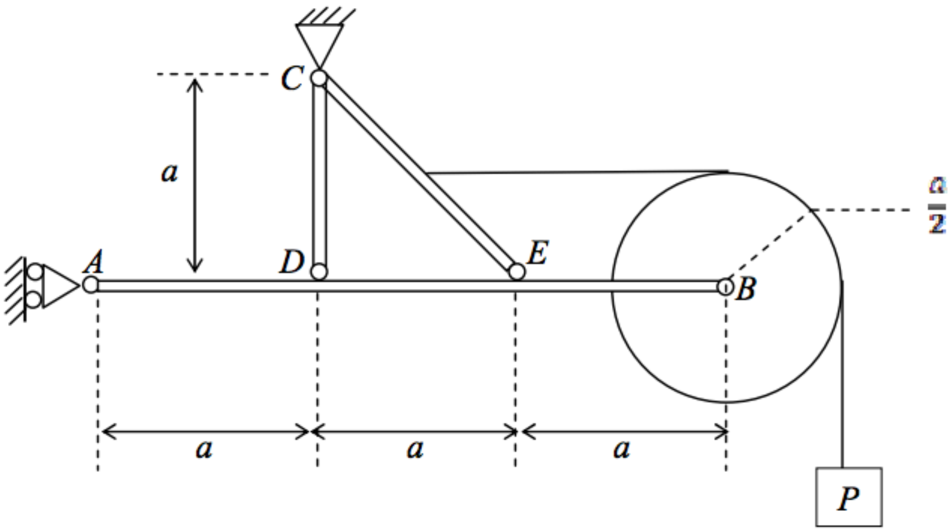
O bloco suspenso pela polia conectada à treliça possui peso $2P$. O bloco apoiado sobre a superfície horizontal localizada na extremidade direita da figura possui peso Q e o coeficiente de atrito entre este bloco e sua superfície de apoio é μ. Pede-se:

a. Determine o esforço atuante na barra FC, indicando se é de tração ou compressão.
b. Obtenha o valor da força de atrito atuante no bloco de peso Q na situação de equilíbrio estático.
c. Determine o valor mínimo do coeficiente de atrito para manter o sistema na condição de equilíbrio estático.

4. Estática

P1 2017R Mecânica I Poli USP

A estrutura plana ilustrada na figura é constituída pelas barras articuladas AB, CD e CE, de peso desprezível. Em B há uma polia de peso desprezível que sustenta uma carga de peso P por meio de um cabo inextensível e de peso desprezível. Pede-se:



a. Desenhar o diagrama de corpo livre do conjunto.

b. Determinar as reações em A e em C.

c. Desenhar o diagrama de corpo livre da polia.

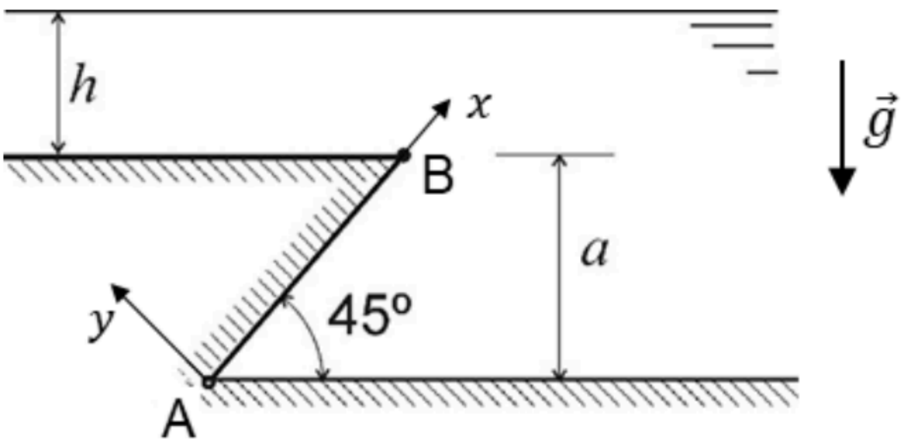
d. Desenhar os diagramas de corpo livre das barras AB, CD e CE.

e. Determinar as forças internas atuantes nas barras AB, CD e CE.

5. Hidrostática

P1 2017 Mecânica I Poli USP

A superfície plana, indicada na figura ao lado pelo segmento AB, tem largura L (ortogonal ao plano da figura) e está submersa em um fluido de peso específico γ (N/m^3). A aceleração da gravidade é $g(m/s^2)$. Nestas condições, determine:



a. A força $\vec{R}$ equivalente ao sistema de forças distribuídas de pressão agindo na superfície AB.
b. A abscissa do centro de pressões em relação ao sistema Axy.

6. Hidrostática e Baricentro

P1 2015 Mecânica I Poli USP

A figura mostra uma barragem de concreto (homogênea, de densidade ρ_B e largura L) que represa a água (densidade ρ_A) acumulada junto a uma encosta. Admitindo que não ocorra infiltração de água sob a barragem e que o coeficiente de atrito estático entre a barragem e o terreno seja μ, pede-se:

a. Calcular o peso da barragem e a força que a água represada aplica sobre ela.
b. Fazer o diagrama de corpo livre da barragem.

c. Calcular, em função dos demais parâmetros, a máxima altura h da água que pode ser acumulada sem afetar o equilíbrio estático da barragem.